

ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FISICO-QUIMICAS
Y NATURALES DE ZARAGOZA

INTERPRETACION MATEMATICA
DE LOS
FENOMENOS BIOLOGICOS

DISCURSO DE INGRESO LEIDO POR EL ACADEMICO ELECTO

ILMO. SR. D. RAFAEL RODRIGUEZ VIDAL

*EN EL ACTO DE SU RECEPCION SOLEMNE
CELEBRADO EL DIA 26 DE ABRIL DE 1964*

Y

DISCURSO DE CONTESTACION POR EL ACADEMICO

ILMO. SR. D. JOSE M.^a IÑIGUEZ Y ALMECH



Z A R A G O Z A

1964

ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FISICO-QUIMICAS
Y NATURALES DE ZARAGOZA

INTERPRETACION MATEMATICA DE LOS FENOMENOS BIOLOGICOS

DISCURSO DE INGRESO LEIDO POR EL ACADEMICO ELECTO

ILMO. SR. D. RAFAEL RODRIGUEZ VIDAL

*EN EL ACTO DE SU RECEPCION SOLEMNE
CELEBRADO EL DIA 26 DE ABRIL DE 1964*

Y

DISCURSO DE CONTESTACION POR EL ACADEMICO

ILMO. SR. D. JOSE M.^a IÑIGUEZ Y ALMECH



Z A R A G O Z A
1964



Talleres Editoriales LIBRERÍA GENERAL. San Miguel, 4. Zaragoza — 1964

Depósito Legal: Z. 218 (Sep.) — 1960

**INTERPRETACION MATEMATICA DE LOS FENOMENOS
BIOLOGICOS**

Por el ILMO. SR. D. RAFAEL RODRÍGUEZ VIDAL

*Excelentísimos e Ilustrísimos Señores,
Señores Académicos,
Señoras y señores:*

Al iniciar mi intervención en este acto, que desde luego considero culminante entre los que puedan honrar mi sencilla vida profesional, con dificultad encuentro, para explicarles mis sentimientos, palabras que acompañen a la de Gratitud; porque la gratitud ocupa ahora tanta parte de mi ánimo, que puedo decir que ella y el respeto lo llenan por completo. No es la modestia quien me descubre que debo sólo a la cordial amistad de ustedes mi presencia en esta Academia; no es la modestia, pues no concibo cosa de la que pudiera sentirme más orgulloso que de esa amistad. Y como un intento de aliviar mi abrumadora sensación de deudor, permítanme proclamar mi firme propósito de colaborar en cuanto mis fuerzas me permitan en las tareas de la Academia, cuya renovada actividad augura un porvenir digno de su historia. ¡"Academia de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales de Zaragoza": título cuyas palabras todas, una por una, despiertan una resonancia de respeto y de cariño en mi mente y en mi corazón!... Y con más intensidad que todas esta última de ZARAGOZA, clavada en lo más entrañable de mi ser desde el mismo momento de conocerla. Todo esto os debo a vosotros; y proclamarlo así me honra, y me alienta a proseguir hasta lo poco que yo alcance.

Un nuevo motivo de satisfacción, y muy importante, me lo brinda el cumplimiento del precepto consuetudinario, que me trae la oportunidad de pronunciar un elogio público de mi ilustre antecesor en el sillón académico. Satisfacción previa para mí, no porque yo hubiese tenido el honor de conocer personalmente al que fue relevante profesor D. GONZALO GONZÁLEZ-SALAZAR Y BOUDENS, sino por tratarse del padre de un amigo entrañable y colega en la Universidad y la Academia, títulos suficientes, en principio, para que yo iniciase con un impulso cordial la evocación de su figura. Pero es que luego, además, al documentarme sobre las actividades de mi citado antecesor, he podido ver en él un ejemplo de hombre constante y valiosamente eficaz; eficaz en la enseñanza, que fue su predilecta dedicación, y eficaz en el desempeño de notorias actividades cívicas a las que por su destacada personalidad fue llamado, y que él supo orientar siempre al bien de su patria y de esta ciudad, Zaragoza, de la que fue Alcalde en 1925.

Nació el recordado profesor en San Juan de Puerto Rico, el año 1863 y se trasladó a la península a los quince años para cursar estudios de Profesor Mercantil, cuyo título obtuvo con la calificación de Sobresaliente. Pero su facilidad para el estudio le llevó a prolongar sin sacrificio su etapa

de estudiante, y con una preparación de sólo dos años consiguió ingresar en la Escuela de Ingenieros de Caminos; vencedor de esta primera dificultad estudiaba ya el segundo año de Ingeniería, cuando fueron reformados los estudios de Comercio. Esto provoca en el consciente estudiante una etapa de meditación, en la que decide orientar su actividad hacia su vocación verdadera: la Cátedra. Deja, pues, la Escuela de Ingenieros y obtiene por oposición, con el número uno, la Cátedra de Aritmética, Algebra y Cálculo Comercial en la Escuela de Comercio de Zaragoza, misión que desempeña definitivamente, hasta su llorada muerte en 1932. Fueron casi 45 años de cátedra y varios de ellos como Director de la Escuela, en los que formó a más de una generación de futuros profesores y técnicos.

* * *

Cúmpleme ahora desarrollar ante ustedes una lección reglamentaria, y renunciando de antemano a la esperanza de encontrar tema en que pudiera enseñarles nada nuevo, me he decidido a poner en orden algunas ideas que juzgo de interés común, y sobre las que espero aprender mucho entre ustedes, cuando tenga la suerte de poder escuchar a mis oyentes de hoy. Ideas que pueden agruparse bajo el título, un poco, tal vez, demasiado prometedor, de

INTERPRETACION MATEMATICA DE LOS FENOMENOS BIOLOGICOS.

El intercambio de ideas entre los cultivadores de la Biología y de la Matemática es relativamente reciente, pero cada vez más intenso. No es ninguna novedad esta afirmación para los que aquí me oyen, pero en ambientes menos científicos no son escasas las personas que desconocen totalmente esta circunstancia.

En el título de nuestra Academia se habla explícitamente de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales, en este orden. La distancia entre las ciencias en este enunciado, es todavía hoy correcta si quiere sugerir una intensidad en el mutuo intercambio de conocimientos. Pero se equivocará quien crea que denota una separación entre los extremos (Matemáticas y Naturales) para quienes la central Físico-Química sea una barrera o telón. Sin embargo es frecuente creerlo así, es decir, creer que biólogos y matemáticos trabajan en mundos desde los que no tienen nada que decirse los unos a los otros.

Yo quiero mostrar que esta comunicación existe *y en los dos sentidos*. Porque en la utilización de recursos matemáticos por la biología la cosa debiera ser de palmaria evidencia. Pero hasta esto parecen ignorar algunos; empezando por el Diccionario de la R. A. de la Lengua Española, donde en la papeleta que define a las Matemáticas (Ciencia que trata de la cantidad, dice) se añade: "MATEMÁTICAS APLICADAS. — Estudio de la cantidad considerada en relación con ciertos fenómenos físicos".

Hubo, no hace mucho, un tiempo en que los estudiantes de Medicina tenían un primer curso de Ciencias, y en él la asignatura de Matemáticas, que tuve el gusto de desempeñar en esta Universidad. Esto me dio ocasión de comprobar el enorme número de personas (no médicos, generalmente) que justificando "a priori" el escaso rendimiento escolar de algunos alumnos, juzgaban oportuna una especial benevolencia para calificar una asignatura que, en resumen, "no iba a servirles para nada". Era entonces curioso recordar, que a principios del siglo xviii las publicaciones de Newton habían influido de tal modo en la conciencia científica, y en particular la Medicina, que RICHARD MEAD, uno de los médicos más notables de ese tiempo, escribía en la introducción de su "A Mechanical account of poisons" [1]:

"Mi intención al pensar en estas cuestiones era probar hasta dónde me sería posible llevar las consideraciones mecánicas para explicar aquellos cambios sorprendentes que los venenos producen en el cuerpo animal... Es por demás evidente que todos los otros métodos de perfeccionar la Medicina se han mostrado ineficaces, puesto que ha estado detenida en el mismo punto en estos últimos tres o cuatro mil años; y puesto que desde que los matemáticos han emprendido sus estudios últimamente, los hombres han comenzado a hablar de modo comprensible e inteligible, incluso acerca de materias abstrusas, es de esperar que en breve, si aquellos que están destinados a esta profesión (médica) son iniciados pronto (mientras sus mentes y cuerpos son capaces de trabajo afanoso) en el conocimiento de los números y de la Geometría, la erudición matemática pase a ser la señal que distinga a un Médico de un curandero; y que el que carezca de este necesario requisito, resulte tan ridículo como el que no posea griego o latín".

Como es natural no voy a ocupar ni un solo párrafo de esta lección en sostener que la técnica matemática sea un instrumento necesario para la Biología actual. Pues, primero, a todo matemático, por modesto que sea, le es desagradable hablar del valor "utilitario" de la Matemática*. Además, segundo, porque la tesis sería trivial aquí, donde todos hemos manejado libros de matemáticas para biólogos, concebidos no como monografías de investigación, sino como simples textos [2]; y cuando, si a monografías se atiende, basta recordar que los "EXPOSÉS DE BIOMÉTRIE ET DE STATISTIQUE BIOLOGIQUE", constituyen toda una sección de la colección de las "ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES", de Hermann, en las que el aparato matemático es tan copioso como puede colegirse de lo que luego diremos ([3] a [7]).

Pero si le quitamos a la palabra utilitario el sentido pragmático, y un poco peyorativo, que corrientemente se le da, y tomamos ese concepto en un sentido científico, tal vez sí será oportuno dedicar unas palabras a exponer qué razones hacen de la Matemática un lenguaje apto para describir, y tal vez explicar, el mundo de la Biología.

* Siguiendo en esto el ejemplo de EUCLIDES, de quien cuenta la leyenda que cuando un alumno se atrevió a preguntarle para qué servían aquellos teoremas, expulsó al discípulo de su escuela, regalándole antes algunas monedas "para que no dijese que había salido sin ningún provecho de las lecciones de Euclides".

En todo caso, la tesis que interesa establecer es la del verdadero intercambio de ideas entre estas dos ciencias. No podría, claro es, hablarse de intercambio, si una se limitase a utilizar los recursos de la otra. Lo importante es que el comercio de ideas circule en los dos sentidos, para que pueda decirse que dos ciencias están verdaderamente relacionadas.

La Geometría y el Análisis Matemático ofrecieron el primer gran ejemplo de esto, en el siglo xvii, con ese mutuo trasplante de problemas y métodos que seguramente contribuyó de modo decisivo a que las Matemáticas hayan pasado a ser hoy, en singular, la Matemática (singular que todavía a MENÉNDEZ Y PELAYO le parecía una insufrible pedantería). El segundo ejemplo lo ofrece la Física, cuyo proceso de matematización es típico, aunque no debe ser recordado aquí. Con menos intensidad, pero con etapas homólogas, veremos repetirse ese proceso para la Biología. No hace más de un siglo que los naturalistas comenzaron a utilizar sistemáticamente los métodos matemáticos (en la biométrica, principalmente); poco después, los problemas planteados por la biología interesaron a los matemáticos, incitándoles a crear técnicas adecuadas para ellos (de lo que vino a originarse la llamada biomatemática); siguió a esto la etapa, de interés también filosófico, en que la interpretación cualitativa de los fenómenos vitales ha podido ser tema común de trabajo; finalmente, las cuestiones agrupadas en los nombres de cibernética y de biónica, que exigen la colaboración en equipos de científicos de todas las especialidades. Estas son, aproximadamente, las etapas que vamos a considerar en lo que sigue, aunque algunas con suma rapidez, que la extensión normal de un discurso justifica.

CONTAR Y MEDIR

El capítulo de la Matemática con el que esta inició su intervención en las ciencias biológicas ha sido, creemos, el que hoy llamamos Probabilidades y Estadística (o, mejor, Estadística Matemática).

Según esto, la definición escolar de la Matemática como "ciencia que enseña a contar y a medir", resultará suficiente para describir la primera etapa de su utilización por los naturalistas, siempre que a las operaciones de "contar" y "medir" se dé su justo significado, mucho más amplio que el pueril.

Así, en efecto, contar es la operación esencial de las matemáticas requerida por la genética mendeliana. El instrumento adecuado a los problemas de herencia según las leyes de MENDEL es, precisamente, el Álgebra combinatoria, de la que el Cálculo de probabilidades es un capítulo.

Del mismo modo, medir es la operación fundamental en la biométrica. Esta ciencia, iniciada por GALTON y culminada por PEARSON y su escuela [8], tiene como instrumento matemático la Estadística Matemática. No se trata sólo, naturalmente de medir individuos, sino también tendencias y fluctuaciones, ligadas a un concepto de continuidad.

Contar y medir, en fin, en el sentido más amplio, son las operaciones que continuamente se requieren en el control de las experiencias biológi-

cas, como, por ejemplo, en los campos de experimentación agrícola, de tan alto interés económico.

Por interesantes que sean estas cuestiones, que evidentemente requieren matemáticas de tipo bastante superior [9], aquí nos limitamos a esta mención, por tratarse de una cuestión no nueva, perfectamente sistematizada en textos, de la que nuestra Revista de la Academia se ha ocupado otras veces, y yo mismo he hablado hace poco ante muchos de mis actuales oyentes [10].

Ahora bien, los seres vivos no sólo *están*, no son sólo objetos pasivos de contaje y medida. Los seres vivos también *actúan*. Y para explicar matemáticamente un mundo donde hay acción necesitamos las funciones (la función es el verbo del lenguaje matemático) y las ecuaciones funcionales. Y aquí es oportuno precisar un poco los conceptos de explicación y los de lenguaje, cuyo valor no es para los científicos tan absoluto como la generalidad de la gente parece creer¹.

EL LENGUAJE MATEMATICO

El universo real, cuya existencia admitimos desde luego, está compuesto de entes, de cosas; es, por ende, un conjunto, pero más precisamente es un relativo, puesto que entre estas cosas hay relaciones. Sin rozar la filosofía, los hombres de ciencia parecen de perfecto acuerdo en esto: "La esencia de las cosas nos será siempre ignorada; no podemos conocer sino las relaciones entre estas cosas..." (La expresión es de un biólogo, CL. BERNARD [11], pero podríamos encontrarlas casi idénticas en POINCARÉ, PLANK y otros). Ocurre a veces que los matemáticos aciertan a crear, con los entes de su ciencia, otro pequeño relativo, que es isomorfo a una parte de este universo real. Y como la palabra "isomorfo", aunque perfectamente adecuada, puede parecer algo especializada, digamos que está aquí para señalar este hecho: cada ente del universo matemático (un número, una variable, una matriz...), se corresponde con un ente del universo físico, y, ade-

1 No puede negarse que de este equívoco (el de creer que los científicos dan valor absoluto a sus esquemas e interpretaciones) es culpable en buena parte el tono dogmático impropio en que, unas veces por necesidad y otras por vicio, deben llegar al público las lecciones de divulgación. Así, por ejemplo, puede verse que en un aula de divulgación científica en que se aborde el transformismo, se comience: "La teoría de la evolución ha dejado de ser una hipótesis de trabajo, y debe tomarse como un resultado seguro". Y, por si no fuera bastante la cantidad de problemas y puntos imprecisos que tal afirmación deja marginados, se muestran a los espectadores unos expresivos diagramas en los que unas líneas de corriente evolutiva nos llevan de una ameba a un mamífero, pasando por los intermedios escalones. Y aunque no desconocemos del todo la cantidad de ciencia y estudio que se han empleado en elaborar tales láminas, con todo, no podía por menos de sorprendernos el aire de seguridad con que eran mostradas, no menor que si el conferenciante mostrase un álbum de familia con las fotografías de su nieto, desde recién nacido, hasta su servicio militar.

El instinto de la relatividad y provisionalidad de cualquier teoría científica es esencial para el progreso de la misma ciencia.

más, las relaciones entre los elementos de uno se corresponden con las relaciones entre los elementos de otro. Una vez establecida esta correspondencia, siguiendo los desarrollos de los fenómenos en uno de los universos, se pueden traducir los que ocurren en el otro. Así, de unas ecuaciones que estableció Newton, pueden deducirse los movimientos del sistema planetario.

He aquí, ahora, la grandeza y la servidumbre de este isomorfismo: De una parte puede suceder que, sobre el papel, los cálculos hagan aparecer una cosa o una relación entre las cosas que representan, y que ésta no se hubiese observado nunca en la realidad; sin embargo, investigando en el sentido que los cálculos han señalado, quizás llegue a descubrirse. Así, se conocen hoy multitud de entes físicos y de fenómenos físicos que se descubrieron antes en el cálculo que en el laboratorio.

Mas por otra parte, puede ocurrir que de pronto la realidad presente un fenómeno nuevo, que es contradictorio con el isomorfismo establecido. Entonces, el diccionario para traducir la realidad en fórmulas queda inutilizado. La teoría matemática de esa realidad debe cambiarse. Las sucesivas teorías de la luz, ofrecen el ejemplo más palpable de esta circunstancia [12].

Desde luego, este isomorfismo, es decir, esta matematización de la realidad, se ha logrado más que en ninguna otra ciencia en la Física actual. Pero el físico sabe bien que sus modelos matemáticos son un esquema provisional. En este sentido es modesto, y no merecedor del tono de reproche con que algunos hombres de letras le interpelan. Mas como la interpelación está hecha de muy bella manera, y aclara mejor la circunstancia que acabo de señalar, reproduciré aquí unas páginas que PAPINI dirige a los científicos [13].

... os habéis contentado con presentaros a las masas como compiladores de inventarios exactos y de recetas eficaces, como arquitectos de fórmulas y de hipótesis, como apesadores de las fuerzas naturales; algo intermedio entre cicerones diplomados del universo y vicenúmenes del planeta.

Pero el conocimiento que ofrecéis con tan arrogante humildad ¿es verdadero conocimiento de lo real? Esa potencia que habéis concedido a los hombres ¿es de verdad tan grande y benéfica como ellos, ingenuamente, creen? Junto a los pretensiosos rivales de los magos no faltan entre vosotros, por fortuna, científicos de gran valor y de gran nombre, más humildes y por eso más profundos que los otros, que han juzgado con justicia la jactancia científica.

No desconozco la audaz belleza de vuestros edificios de conceptos, que elevan y purifican las mentes, aunque no las satisfagan ni mucho menos las sacien. Pero tenéis que confesar que vuestras teorías más famosas y felices no son sino hipótesis imaginadas para poner orden provisional en el cambiante y feroz embrollo de los hechos sensibles... Son convenciones inspiradas para comodidad de la memoria y de la práctica, sugeridas por el principio de mínimo esfuerzo, es decir, de la economía mental.

Todo el progreso de la ciencia consiste en inventar hipótesis cada vez más amplias, más claras, más aptas para suministrar útiles previsiones. Porque estas cambiantes teorías, fruto de la fantasía, son en realidad fórmulas prácticas, destinadas a compendiar series enteras de apariencias y, sobre todo, a poner entre las manos del hombre algunas fuerzas de la naturaleza.

Triunfáis cuando se trata de nombrar, contar, medir, describir, calcular y prever; pero andáis aun a tientas cuando se trata de explicar, patentizar y revelar el ser verdadero de las cosas. Cuando queréis ofrecer una explicación íntegra del todo, os alejáis, por caminos desviados, de la realidad concreta. El ideal supremo de los físicos es el de reducir todos los fenómenos a movimientos en el espacio, pero de esa manera no hacen sino crear otra realidad, un mundo abstracto construido por la mente humana y del que el hombre se siente más fácilmente dueño.

La última palabra de esta ciencia es la identidad final de todas las apariencias reducidas a movimientos mensurables, y, por tanto, a la destrucción de la realidad del universo, a la negación del mundo real, que sustituye arbitrariamente por un mundo nuevo, perfecto en sí, pero imaginario. No dais, ni podéis dar, el conocimiento verdadero del hombre, sino hipótesis fáciles, si es que prevalece en vosotros el sentido de lo útil, o fantasmagorías racionales, si predomina la pasión matemática...

En lugar del Creador, quieren poner estos entes oscuros e indefinibles que son la materia, el éter, la energía, la luz, pero los más ingeniosos de entre estos ingeniosos arquitectos del todo confiesan abiertamente que la esencia de esos conceptos de la física es más misteriosa e incognoscible que los dogmas de la Teología".

Ya he señalado antes cuál puede ser la causa que induce a hombres tan inteligentes a creer que los científicos piensan en esto de modo distinto. El estilo de expresión sí es, naturalmente, muy otro; y por ello me parece oportuno completar esta cita con un párrafo que sin duda será curioso comparar con la austera expresión de un científico que, como luego veremos, viene a desarrollar una idea bastante parecida:

En el diseño y en la marcha del universo puede reconocerse otra ley, la de la ascensión. Perenne ascensión de lo inerte a lo viviente, de lo viviente a lo espiritual, de lo espiritual a lo divino. Desde el árbol que hace ascender hacia el cielo y el sol las moléculas muertas que yacían en la oscuridad de la tierra y las transforma en hojas vivas y en flores esplendorosas, hasta el hombre, que, no contento con elevar columnas y torres, eleva su propia alma hasta la contemplación de la idea, el disfrute del éxtasis, la imitación de lo perfecto y de lo eterno; todo, en la inmensidad de lo real, desea la ascensión, anhela la subida, se tiende fatigosa pero invenciblemente hacia ese firmamento material o espiritual en que únicamente puede satisfacerse, porque en esa altura tuvo su origen y encuentra de nuevo su patria... Todos nosotros, desde el átomo al genio, no somos más que peregrinos y caminantes de regreso que buscan a tientas, en la oscuridad y en la luz, con pertinaz ansiedad, los peldaños de la escalera. Todo descendió de lo alto y todo anhela y aspira volver a lo alto. Retorno de la materia al espíritu, de la muerte a la vida, del pecado a la inocencia, del bruto al hombre, del hombre a Dios...

Ahora, vamos a ver cómo con el lenguaje de la Matemática se puede intentar una traducción conveniente de algunas cuestiones de interés para los biólogos.



DINAMICA BIOLOGICA

Se comprende ordinariamente con el nombre de Biomatemática el estudio de una serie de cuestiones, cuyo sumario aparece sistematizado en el libro ya clásico de A. J. LOTKA [14]. Y es curioso señalar, que el mismo libro que en sus actuales ediciones se titula "Mathematical Biology" fuese titulado en principio "Physical Biology" (1924). ¿Tal vez porque su actual título pareciese demasiado audaz hace cuarenta años? Esto no sería extraño si se piensa que hace poco más de cincuenta, en 1912, todavía se necesitaba cierto sentido profético para preguntarse, como VOLTERRA: "¿Llegará un día en que las matemáticas serán aplicables al mundo orgánico?". (*Leçons sur les fonctions de ligne*. Citado en [15]). Pero fue el mismo Volterra quien inició la Biomatemática, como luego vamos a decir, y esta ciencia trata hoy cuestiones tan diversas como las interpretaciones estadísticas (de la irreversibilidad vital, o de la evolución, por ejemplo); los problemas de equilibrio (que se presentan en temas de ecología (cfr. [16]), ciclos de los elementos, metabolismo, y otros); y, finalmente, los temas de información y reacción que han dado origen a las ideas de la Cibernética.

Ante la necesidad de elegir una de estas cuestiones, elegimos la del comportamiento dinámico de los sistemas biológicos, según las concepciones de VOLTERRA [17], porque históricamente es la primera y porque en ella se revelan muy clara y elegantemente las circunstancias de técnica científica que venimos señalando. Si bien el primer antecedente del estudio matemático de un movimiento de población puede encontrarse en la obra T. R. MALTHUS "Essay on Population" (1798) sus hipótesis de partida son tan simplistas que invalidan el valor de los resultados; prescindiendo, pues, de este ensayo antecedente, veamos el planteo actual de la cuestión.

Desde este punto, me permito utilizar largamente para este capítulo, la síntesis que de estas teorías elaboró magistralmente el Prof. Dr. ORTIZ ARACIL [15], de cuyos párrafos voy a entresacar los míos: Primero, porque en una síntesis no cabe buscar la originalidad después que se la ha encontrado perfectamente hecha. Segundo, y sobre todo, porque nada me alegra más que tener esta alta ocasión de manifestar de modo tan palmario mi filiación intelectual (también diré moral) en las lecciones de mi querido maestro de la Universidad barcelonesa. Como en este resumen suprimo, entre otras cosas, los cálculos y bibliografía, no debe juzgarse por él el valor cierto del citado trabajo [15].

El origen del problema se encuentra en las investigaciones de carácter estadístico realizadas por el biólogo D'ANCONA acerca de las variaciones de ciertas especies marítimas en el Adriático superior. Para abordar el análisis matemático de estos fenómenos, el prof. V. VOLTERRA elaboró su teoría matemática de la lucha por la vida. El instrumento de este estudio es, sobre todo cuando se toman en cuenta los fenómenos de herencia, las ecuaciones integrodiferenciales.

Debe advertirse que la palabra herencia no se toma aquí en el sentido mendeliano o genético, sino en aquel sentido por el que el comportamiento

de un sistema depende de la historia del mismo: no sólo de su estado presente, sino de la forma en que haya llegado a él; tal como ocurre en Física con los fenómenos de histéresis magnética, y fatiga de vigas y columnas: teorías en las que también las ecuaciones integrodiferenciales tienen utilización adecuada.

El caso más sencillo corresponde al de una especie que se desarrolla aisladamente, lo que raramente ocurre en el mundo real.

El verdadero problema estriba en conocer las mutuas reacciones entre especies coexistentes en un mismo medio o campo de nutrición; o que presentan características parasitarias unas respecto de otras; y cuyo ejemplo más simple lo constituye el caso de dos especies animales E_1 y E_2 que se nutren en el mismo medio. Si la cantidad de alimento fuera inagotable, los números $N_1(t)$ y $N_2(t)$ de individuos de cada especie en un instante t , vendrán dados como soluciones de sencillas ecuaciones diferenciales de coeficientes constantes, teniéndose, como en el caso elemental de MALTHUS, que $N_1(t)$, $N_2(t)$ son funciones de tipo exponencial.

Sin embargo, la hipótesis de una cantidad ilimitada de medios de nutrición no es acorde con lo que generalmente se da en la naturaleza; ello conduce a modificar los coeficientes considerándoles no constantes en el tiempo, sino como funciones decrecientes de N_1 y N_2 , con lo cual, en lugar de las dos sencillas ecuaciones antedichas, hay que considerar un sistema diferencial de coeficientes variables, en el que interviene la función $F(N_1, N_2)$, que representa la cantidad de alimento devorado por ambas especies en la unidad de tiempo; función sometida a determinadas condiciones analíticas impuestas por la índole del problema y que en primera aproximación cabe suponer que sea de tipo lineal, es decir, $f(N_1, N_2) = a_1 N_1 + a_2 N_2$, con lo que el sistema diferencial se integra por cuadraturas, obteniéndose la conclusión de que al crecer el tiempo, una de las especies tiende a desaparecer, en tanto la otra tiende a un estado de equilibrio numérico.

En lugar de suponer que las dos especies E_1 , E_2 se nutren de un solo alimento, cabe considerar que una de ellas, E_1 , es parásita de la otra E_2 , la cual dispone teóricamente del alimento en cantidad ilimitada. En tal caso, se llega a un sistema diferencial que, por integración, conduce a una relación entre N_1 y N_2 , cuya representación gráfica constituye el denominado "ciclo de fluctuaciones", dando origen a tres leyes fundamentales: la de "periodicidad" de las fluctuaciones; la de conservación de los valores iniciales; y la que rige las perturbaciones de dichos valores medios cuando los individuos de cada especie experimentan una destrucción uniforme y proporcional a su respectivo número.

Aunque las consideraciones precedentes pueden generalizarse al caso de un número cualquiera de especies que se disputan un mismo medio nutritivo, designando por $N_r(t)$ el número de individuos de la especie E_r en el instante t , cuando se trata de varias especies entre las cuales figuran algunas parásitas de otras, el planteo de las ecuaciones que sirven de base al análisis de las fluctuaciones se alcanza directamente por un interesante procedimiento debido a VOLTERRA, conocido con el nombre de "método de

los choques o coincidencias", análogo al que se utiliza en física molecular para el desarrollo de la teoría cinética de gases recurriendo al concepto de probabilidad; de este modo, y admitidas determinadas hipótesis suplementarias, se obtiene un sistema diferencial del cual se deduce, que si todos los coeficientes incrementales son negativos, las especies tenderán a agotarse, mientras que si dichos coeficientes son positivos, el número de individuos de cada una de ellas crecerá indefinidamente con el tiempo. Además, en el caso de ser par el número de especies coexistentes, las condiciones del "estado estacionario" resultan, en general, compatibles: en tales condiciones se llega a la interesante conclusión de que el número de individuos de cada una de las especies permanece acotado entre dos límites positivos, pudiendo darse diversas circunstancias, a saber: que algunos de esos números tiendan a cero, es decir, que las respectivas especies presenten tendencia hacia el agotamiento, en tanto que otros manifiesten fluctuaciones (amortiguadas o no), pudiendo asimismo ocurrir que converjan asintóticamente "en media" hacia límites finitos y determinados no nulos. Si, por el contrario, el número de especies coexistentes fuese impar, la discusión de las soluciones del sistema diferencial anterior conduce a interesantes conclusiones de carácter teórico, entre ellas la imposibilidad, tanto de que las especies coexistan manteniéndose el respectivo número de cada una de ellas entre límites finitos, cuanto que alguna pueda multiplicarse indefinidamente. Por otra parte, si una sola de tales especies tendiese a desaparecer, el número total de las mismas llegaría a convertirse en par, con lo que la cuestión quedaría reducida al caso anteriormente citado.

Sin embargo, el crecimiento indefinido de algunas de las especies que conviven en un medio, constituye una consecuencia puramente teórica de la estructura de las ecuaciones que plantean el problema, y cuya validez, según acredita la experiencia, desaparece con el propio crecimiento del número de individuos, que motiva determinadas acciones, en cierto modo análogas a los frotamientos internos de un sistema material, cuyos efectos se traducen en un amortiguamiento de las fluctuaciones.

Si la presencia de cada individuo de la especie E_r se valora por un coeficiente o parámetro positivo, cuyo valor medio es λ_r , el "valor medio de la asociación" se define como $V = \sum_{r=1}^n \lambda_r N_r$. Las ecuaciones hacen ver, que la

asociación biológica puede considerarse como resultante de otras dos: una V_1 debida a causas constantes o de carácter extrínseco, y otra V_2 procedente de las acciones mutuas entre los individuos que la constituyen. Especial interés teórico ofrecen aquellas asociaciones en las que esta V_2 permanece constante. Una asociación biológica en la que se da esta condición se denomina —por analogía a ciertos sistemas mecánicos— de tipo "conservativo", en oposición a las llamadas "disipativas" en las que con mayor o menor intensidad las acciones entre los individuos tiende a disminuir el valor medio total de la asociación en el transcurso del tiempo.

En los razonamientos anteriores se admite, que el estado de un sistema o asociación biológica constituido por dos o más especies, queda determinado sin más que conocer las condiciones iniciales, definidas analíticamente

por los valores de las constantes que aparecen en la integración de los aludidos sistemas; mas esta hipótesis que va involucrada en el mismo método que sirve para el planteo del problema, no es rigurosamente válida, dado que el incremento o disminución del número de individuos de las especies coexistentes es, frecuentemente, no única e "instantánea" consecuencia de la valoración infinitesimal de las condiciones del medio, sino de todo el "proceso" o "historia" por que atravesó el sistema considerado a partir del momento inicial, y de lo cual deriva el carácter "hereditario" que, en general, deberá atribuirse a las evoluciones de los sistemas biológicos análogamente a lo que acontece en los ya recordados fenómenos de histéresis que se presentan en electricidad y electromagnetismo. Así mismo, para poner un ejemplo de carácter biológico, es bastante intuitivo que el curso previsible de la cicatrización de una herida, no se deduce sólo por su observación instantánea, sino que generalmente es preciso conocer la historia de su evolución hasta el momento.

Esa mayor complejidad del problema exige para su planteo recursos analíticos más poderosos que las simples ecuaciones diferenciales (estas sólo traducen las variaciones infinitamente próximas de un fenómeno), a fin de reflejar en cada instante el proceso íntegro del sistema a partir de su estado inicial; recursos que, como ya se ha dicho, se encuentran precisamente en la teoría de las ecuaciones integrales e integrodiferenciales.

Un primer ejemplo, que permite hacer patente la necesidad de acudir al empleo de estos métodos analíticos, se presenta ya cuando se trata de estudiar la disminución que experimenta el número de gérmenes en determinados cultivos bacteriológicos a causa de la presencia de productos catabólicos originados por los propios gérmenes. Consideraciones en cierto modo análogas son aplicables a las asociaciones constituidas por dos o más especies biológicas: la existencia de soluciones finitas y determinadas en el sistema integro-diferencial correspondiente permite afirmar la posibilidad de determinar las fluctuaciones por que habrá que atravesar una asociación biológica en torno a su posición de equilibrio, cuando se conocen las que tienen lugar durante un intervalo igual al de la acción de los fenómenos hereditarios.

Desde el punto de vista analítico esta analogía entre los sistemas mecánicos y biológicos, que conduce a la clasificación de estos últimos en "conservativos" y "disipativos" anteriormente indicada, se puede hacer patente de modo inmediato en el caso de dos únicas especies coexistentes, considerando un sistema dinámico a un solo grado de libertad, idea para cuyo desarrollo analítico nos remitimos a [15] y a su bibliografía.

Consecuencia natural de la identificación de fórmulas entre los sistemas mecánicos y biológicos, es el planteo de la discusión de una de las cuestiones más debatidas de energética: la del alcance del segundo principio de termodinámica en las asociaciones biológicas y en los fenómenos vitales. Esta es la cuestión que vamos a abordar, desde un punto de vista diverso, en el capítulo siguiente.

VIDA Y ENTROPIA

La explicación que va a seguir requiere que recordemos algo absolutamente sabido de todos ustedes, esto es, el concepto de entropía. La entropía de un sistema físico proporciona una caracterización del grado de homogeneización del sistema, y, al mismo tiempo, de la probabilidad de su conservación. De modo que al decir que la entropía aumenta va dicho que el sistema se ha hecho más homogéneo, y pasa así a una situación en que su estabilidad es más probable. Echando agua fría sobre agua caliente, la mezcla toma pronto una temperatura uniforme, su entropía ha aumentado. El segundo principio de la termodinámica, confirmando lo que se ha visto en todas las observaciones, postula que así, y no al contrario, se producen todos los fenómenos físicos. De modo que, por ejemplo, nunca ocurrirá que en el agua tibia del vaso se formen espontáneamente dos zonas, fría en el centro y caliente en torno, por ejemplo.

Ahora bien, los fenómenos vitales no ofrecen en apariencia esta característica. Así, nadie vio separarse el agua fría de la caliente después de mezcladas, pero todos sabemos de algo mucho más sorprendente, cuando en el interior de una cosa tan relativamente homogénea como es un huevo se produce un sistema tan absolutamente diferenciado como es un polluelo. Es verdad que las proteínas que constituyen el huevo (ovoalbúmina y ovoglobulina principalmente) no son sustancia inerte y estable, como el agua, sino que tienen un alto poder energético y por ello abandonadas a la intemperie se descomponen y se degradan; mientras que *su formación no es espontánea*, sino una etapa de cierto proceso vital indefinido. Cual sea la esencia del proceso vital queda inexplicado hasta hoy (tanto para el biólogo vitalista como para el mecanicista, diríamos en lenguaje del siglo pasado), como todavía es inexplicable la energía, tan bien medida y estudiada, de los rayos cósmicos. En todo caso, aunque éstos se explicasen, hay derecho a preguntarse si *todos* los fenómenos del universo obedecen al principio de entropía.

Los fenómenos que obedecen al principio de entropía o segundo principio de la termodinámica (que hasta ahora *es sólo un postulado*) se llaman entrópicos. En este isomorfismo que la ciencia crea entre el mundo real y el de las fórmulas, los fenómenos entrópicos son los únicos que en la mecánica clásica tienen interpretación. Los otros, que la física matemática clásica nunca había interpretado, los llamaremos provisionalmente fenómenos dietrópicos.

Una explicación matemática de los fenómenos dietrópicos es el objetivo pretendido en la teoría unitaria de FONTAPPPIÉ, de la que vamos a decir unas palabras, tomadas de sus lecciones y escritos. No sin antes evocar, con personal devoción, al malogrado profesor de la Universidad de Roma, hombre insigne y modesto, al que durante su detenida estancia en España, hace ahora 20 años, tuve el honor de acompañar, para recoger y publicar sus lecciones de Matemática pura. En esta época elaboraba FONTAPPPIÉ su "Teoría unitaria de la causalidad y finalidad de los fenómenos físicos y biológi-

cos, fundada en la Mecánica Ondulatoria y Relativista" (título del artículo [18]), que estuvo perfeccionando en años sucesivos, hasta su prematura muerte (en 1956) [19]; perfeccionada luego por discípulos y colaboradores [20] y [22]. A quienes le conocimos será inolvidable el optimismo, el calor y la fe con que exponía su interpretación cosmológica; y podríamos decir Fe en el sentido más elevado de la palabra; porque él era un sincero creyente, y aunque no fueron sus fórmulas las que le llevaron a Dios (pues Él sabe preparar el encuentro por caminos más bellos, también a los científicos), con todo, no podría por menos de ver un consuelo providencial (decir Revelación sería demasiado) en el optimismo final a que su cosmología le llevaba; resultado valioso siempre, y más en aquellos años de guerra mundial y desesperada.

Efectivamente, el conocimiento del Universo que proporciona el principio de causalidad, que se basa en fenómenos entrópicos exclusivamente, lleva a la conclusión, admitida la validez general del segundo principio de la termodinámica, de que el Universo marcha a una nivelación general de todas las temperaturas y todas las magnitudes, es decir a la extinción y muerte de todos los fenómenos. Pero para FANTAPPIÉ esto debe de ir acompañado de una correlativa exaltación de los fenómenos dietrópicos, los cada vez más complejos y elevados fenómenos de la vida, hasta alcanzar su absoluta preponderancia. "En otras palabras, el Universo se orienta hacia una especie de vida máxima y total, en la que los fenómenos entrópicos quedarán reducidos a lo sumo a los inherentes a la vida, esto es, a los producidos por la vida misma". (Este es el párrafo que recordábamos al final de nuestra anterior cita a G. PAPINI).

Mas si los recuerdos personales me han llevado a anticipar una conclusión de la citada Teoría unitaria, es necesario que digamos ahora algo de su génesis y desarrollo. Para ello seleccionaremos, interpolando algún leve comentario, los párrafos más expresivos de [18], seguros de que el lector no lamentará lo extenso de la cita que ocupa las cuatro páginas siguientes.

Aceptando las teorías más indudables de la moderna Física, FANTAPPIÉ toma como postulado inicial que:

1) Todos los fenómenos del Universo tienen simultáneamente una naturaleza corpuscular y una naturaleza ondulatoria, y deben considerarse como sumergidos en el ambiente cuatridimensional del espacio-tiempo de la relatividad restringida.

Con esto, y como es bien sabido, se pierde la posibilidad de descripción "determinística" de cada corpúsculo aislado, pero el esquema determinista subsiste en el "macrocosmos" de los fenómenos globales, únicos que consideramos en lo que sigue. Lo escrito en estos dos párrafos no ofrece, prácticamente, base de polémica.

En segundo lugar, importa recordar que la ecuación fundamental de la mecánica ondulatoria es la de SCHRÖDINGER, y ésta no es relativista. Esta ecuación se establece para cada grupo de fenómenos. En el caso de los electrones se presentan las ecuaciones de DIRAC, que sí son relativistas, y se observó que al pasar de la ecuación de SCHRÖDINGER, para los electrones, a las de DIRAC, estas últimas presentan nuevas soluciones que *en principio*

no tenían interpretación física, puesto que habrían representado electrones positivos hasta entonces desconocidos. Pronto, sin embargo, las observaciones de BLACKETT y otros establecieron experimentalmente la existencia efectiva de los positrones.

Vemos aquí un ejemplo en el que, del isomorfismo presupuesto entre el universo físico y el de las fórmulas, un cierto fenómeno ha sido descubierto en éste antes que en aquél.

Si lo mismo que se consiguió para los electrones, para cualquier otra clase de corpúsculos se consiguiesen las ecuaciones ondulatorias y relativísticas que los describen (cosa que parece lejos de lograrse) obtendríamos una descripción matemática de todos los fenómenos acorde con el resultado fundamental 1). Ahora bien, aunque tales ecuaciones verdaderas no se puedan obtener, cabe intentar decir algo acerca de las mismas (y como consecuencia de ese algo, en las ecuaciones verdaderas veremos aparecer soluciones que no describen ningún fenómeno físico conocido, de los que responden a un principio de causalidad, sino más bien a fenómenos vitales, subsiguientes a un principio de finalidad). Lo que FANTAPPÍE deduce (con cálculo y razonamientos que suplimos por la cita bibliográfica) es:

2) Todas las ondas de la mecánica ondulatoria (que representan corpúsculos de todas las clases posibles), se propagan siempre por ondas esféricas de centro emisor puntiforme, con la velocidad de la luz. (Así se confirma, en particular, en el caso de las ondas que representan los electrones en la teoría de DIRAC).

Pero con esto extiende a todos los fenómenos del Universo (por ser de carácter ondulatorio) la siguiente dificultad, ya conocida para la ecuación de D'ALEMBERT, relativa a las ondas luminosas: La ecuación debe permanecer invariable relativísticamente, esto es, para las transformaciones de LORENTZ, y entre ellas está la sumamente sencilla que consiste en cambiar el signo de la variable t (tiempo). Mas esto implica que la ecuación de las ondas luminosas emitidas por un centro puntiforme, junto a una solución que representa ondas esféricas divergentes del centro con la velocidad de la luz, admita siempre otro tipo de solución matemática que se obtiene invirtiendo en la solución precedente el sentido del transcurso del tiempo, y que representará por tanto ondas esféricas convergentes hacia el centro emisor, con la velocidad de la luz.

En la teoría de la radiación se han hecho numerosas tentativas desde el siglo pasado hasta hoy (POINCARÉ, WIECHERT, RITZ, GIORGI, etcétera) para explicar el hecho de que las soluciones de ondas convergentes no se presentan nunca efectivamente en la Naturaleza, con ser tan lógicamente válidas como las que representan ondas divergentes, y son sólo las en realidad observadas; pero todas las tentativas hechas con este fin sin introducir nuevos postulados han fracasado, de modo que la dificultad subsiste. Pero hay más; una vez admitida la validez de la relatividad restringida para todos los fenómenos y, por consiguiente, la invariabilidad de todas las leyes naturales por inversión del tiempo, en particular de las verdaderas ecuaciones ondulatorias, que hacen referencia a las distintas partículas, tal dificultad, limitada en un principio a un campo restringido de la Física

esto es, a la teoría de la radiación, ha llegado actualmente a constituir una dificultad fundamental que alcanza toda la naturaleza ondulatoria del Universo. En efecto, también para todas estas ecuaciones, existirán siempre clases de soluciones, esto es, un primer tipo de soluciones que representan ondas esféricas divergentes (con la velocidad de la luz) de los centros emanadores (soluciones que podremos llamar también de los "potenciales retardados") y junto a éstas, las soluciones que se obtienen invirtiendo el tiempo, es decir, las soluciones (que llamaremos de los "potenciales anticipados"), representantes en cambio de ondas convergentes hacia los centros o focos emisores. Siendo así que todas las tentativas hechas para excluir estas ondas convergentes en la teoría de radiación ha fracasado siempre, como queda dicho, parecía natural pensar en otra alternativa, a saber: que estas ondas convergentes cuya existencia sugiere tan insistentemente el cálculo matemático, pudieran realmente existir en la Naturaleza, con lo que se repetiría el caso de nuevos entes o fenómenos previstos partiendo exclusivamente de las indicaciones suministradas por el cálculo matemático. Veamos ahora si del examen de las propiedades matemáticas de las dos especies de soluciones pueden deducirse caracteres capaces de hacernos distinguir en la realidad los eventuales fenómenos por ella representados; a tal fin, llamaremos fenómenos entrópicos los relativos a las soluciones de los potenciales retardados, es decir, los que corresponden a las ondas divergentes; y, en cambio, denominaremos fenómenos dietrópicos a los que podrían ser representados por las soluciones de los potenciales anticipados, esto es, por ondas convergentes que, hasta este punto de nuestra exposición, no sabemos todavía si efectivamente existen. Por lo que se refiere a los fenómenos entrópicos se puede demostrar que condición necesaria y suficiente para que un fenómeno B sea entrópico, es que venga regido por el principio de causalidad, es decir, que éste sea causable o provocable mediante otro fenómeno A (que debe considerarse como "manantial" de las ondas divergentes representantes de B).

Pero para los fenómenos entrópicos se presenta también otra propiedad notabilísima: Podemos decir, que para los fenómenos entrópicos representados por ondas divergentes, que tienden a superponerse y mezclarse más y más, valdrá siempre el segundo principio de la termodinámica (que en realidad es un principio cualitativo, no subordinado a una medida exacta de la entropía); logramos, pues, resultados extraordinariamente importantes, a saber: que el principio de la causalidad y el segundo principio de la termodinámica, hasta ahora admitidos experimentalmente para todos los fenómenos naturales hoy conocidos, son, por el contrario, consecuencias lógicomatemáticas de los hechos experimentales al principio admitidos, válidos para toda la vasta categoría de fenómenos entrópicos.

Por lo que se refiere inversamente a los eventuales fenómenos dietrópicos, tratemos ahora de determinar algunas de sus propiedades características. De momento, es evidente, basándose en lo que precede, que tales fenómenos no podrían ser causables, es decir, provocables por método experimental a nuestro arbitrio en los laboratorios, ya que los fenómenos que así se obtienen son todos entrópicos según se ha visto. Luego, si tales eventuales fenómenos dietrópicos existen efectivamente en la realidad, debe-

mos limitarnos a lo sumo a observarlos cuando ellos se presentan, sin posibilidad de producirlos a nuestra voluntad.

Para estudiar sus propiedades fundamentales podemos, sin embargo, dar un método general muy simple que nos permita deducir esas propiedades de los fenómenos dieléctricos de las correspondientes a los fenómenos entrópicos y viceversa. Basta, en efecto, observar que las soluciones de los potenciales retardados y las de los potenciales anticipados de una misma ecuación ondulatoria, se cambian unas en otras con la inversión del tiempo, es decir, que de la imagen de un fenómeno entrópico representado por ondas divergentes, se puede deducir inmediatamente la relativa al correspondiente fenómeno dieléctrico representado por ondas convergentes, suponiendo que se efectúa la inversión del tiempo en la imagen del primer fenómeno, y recíprocamente. Este método general que consiste en la inversión del tiempo, se denominará principio de dualidad para los fenómenos entrópicos y dieléctricos, ya que a todo fenómeno de una de estas dos categorías se asocia biunívocamente un fenómeno, determinado de la otra. Estos fenómenos así asociados se denominarán también duales uno de otro.

Por lo que se refiere a los fenómenos dieléctricos más sencillos representados por un solo tren de ondas convergentes, es lícito pensar que la aparición de los positrones no sea más que un ejemplo de fenómeno dieléctrico, dual del fenómeno entrópico, constituido por la aparición de los ordinarios electrones negativos.

Al pasar al estudio de fenómenos dieléctricos muy complejos, constituidos por varios trenes de ondas convergentes, y no siendo posible la investigación matemática de las soluciones que los representan, a causa de ser demasiado complicadas, podremos no obstante aplicar con buen resultado el principio de dualidad ya expuesto, fundado en la inversión del tiempo.

Veamos, pues, si para los fenómenos dieléctricos se puede encontrar un principio general tan fundamental y característico como el principio de causalidad para los fenómenos entrópicos. Apliquemos para ello el principio de dualidad mencionado, al fenómeno tan simple, y que siendo siempre provocable es, por tanto, seguramente entrópico, consistente en exponer a la intemperie, por ejemplo, un anteojito recién construido. Con el transcurso del tiempo se observa, en efecto, que el anteojito abandonado va cubriéndose de moho y se desgasta hasta romperse en fragmentos cada vez más pequeños que se van mezclando paulatinamente con el polvo y la tierra circundantes. Si imaginamos proyectada al revés una película de este fenómeno entrópico, obtendremos la imagen de un fenómeno dieléctrico sorprendente, consistente en la separación de pedazos informes de vidrio y metal de entre los escombros del suelo, que irían reuniéndose en formas geométricas regulares (lentes, tubos, y demás partes accesorias de un anteojito) para redistribuirse automáticamente según orden adecuado, hasta constituir un sistema óptico perfecto: el anteojito primitivo, primero maltrecho, enmohecido, transformado en otro nuevo y reluciente como si acabase de salir de la fábrica. Esto nos parecería tanto más extraño, cuanto que el fenómeno parecería desarrollarse como si fuera dirigido por un ser inteli-

gente hacia un fin determinado, el de fabricar el anteojo. Vemos, pues, que con la inversión del tiempo la causa del fenómeno entrópico provocado se transforma en el aparente fin u objeto del fenómeno dientrópico dual.

En estos fenómenos dientrópicos sería, en efecto, difícil no querer reconocer un carácter de finalidad, causa principal de nuestro estupor ante la observación de los fenómenos semejantes, ya que es el mismo carácter que por antonomasia atribuimos a nuestras propias acciones o a las de seres inteligentes semejantes a nosotros. En otros términos, en correspondencia al principio de causalidad característico de los fenómenos entrópicos, en virtud del cual a un fenómeno concentrado (causa), viene lógicamente encajado un fenómeno subsiguiente de carácter dispersivo (efecto), mediante el principio de dualidad dado por la inversión del transcurso del tiempo se obtiene un principio de finalidad igualmente importante y tan fundamental como el primero, válido y característico para la categoría de los fenómenos dientrópicos; de modo, que tanto el principio de causalidad como el de finalidad se presentan como consecuencia lógicamente necesaria de los tres resultados fundamentales adquiridos experimentalmente, recordados al comienzo de esta exposición, cada uno de los cuales es válido en el respectivo campo con el mismo título que el otro.

También para los fenómenos dientrópicos podemos obtener otra característica fundamental de igual importancia y dual del principio de entropía, válido para los fenómenos que precisamente por esto hemos denominado entrópicos; lo cual equivale a decir que en un sistema en el cual se desarrollan fenómenos dientrópicos, aumenta con el tiempo "la diferenciación", o como también diremos la "diotropía" del sistema en cuestión (de aquí el nombre dado a tales fenómenos). Podemos, pues, decir, que para esta clase de fenómenos debería ser válido un principio de diferenciación siempre mayor, correspondiente, y en cierto sentido opuesto, al segundo principio de la termodinámica para los fenómenos entrópicos.

Una vez recordada la propiedad característica de los acaso posibles fenómenos dientrópicos, podemos pasar a investigar si entre los fenómenos que efectivamente observamos en la realidad hay algunos que presenten las características dichas.

Si reflexionamos en los admirables fenómenos de la vida, la cual precisamente no puede ser suscitada en el laboratorio, sino únicamente observada, no se puede por menos que reconocer que en ellos se manifiesta precisamente aquellos caracteres de finalidad y de siempre mayor diferenciación anteriormente mencionados. Si bien es cierto que jamás hemos visto reconstituirse un anteojo de los fragmentos dispersos en el suelo (imaginario fenómeno dientrópico), no lo es menos que continuamente observamos fenómenos tan sorprendentes como éste: por ejemplo, la formación de los ojos en el niño próximo a nacer, fenómeno en el cual ocurre que tejidos en principio casi uniformes van diferenciándose y se reúnen hasta formar lentes con curvaturas adecuadas como son el cristalino y el cuerpo vítreo, los cuales se disponen precisamente en la posición necesaria para constituir un sistema óptico, como es el ojo humano, con la ventaja además de poseer un automatismo para la acomodación a todas las distancias, que falta en el anteojo.

Otros ejemplos ofrece FANTAPPIÉ en el citado artículo [18], de la aplicación de su principio de dualidad (por ejemplo, la función clorofílica como dual de la combustión del carbón); pero hemos seleccionado el ejemplo del ojo para agregarle un breve escolio.

El proceso biológico de la formación del ojo (humano, por ejemplo), no es, desde luego, ninguna trivialidad. Ignoro si los fisiólogos habrán dado hoy alguna explicación de tipo digamos racionalista o químico-físico. Pero cuánto hay para meditar en él me lo reveló (no recuerdo si antes o después de escuchar a FANTAPPIÉ) la lectura de una nota a pie de página de un libro de nuestro insigne RAMÓN Y CAJAL [23]. Porque en su primera edición se dice, como quitando importancia a un prodigio: "El ojo o el oído del vertebrado, examinado aisladamente, constituye un asombro y parece imposible que se hayan formado por el solo concurso de las leyes naturales; mas si consideramos todas las gradaciones y formas de transición que en la serie filogénica nos ofrecen aquellos órganos, desde el esbozo ocular informe de ciertos infusorios, hasta la complicada organización del ojo del vertebrado inferior, nuestra admiración pierde no poca de su fuerza acabando el ánimo por hacerse la idea de una formación natural en virtud de variaciones, correlaciones orgánicas, selecciones y adaptaciones". Pero desde 1940, la edición que cito, a pie de página una nota a ese párrafo declara noblemente: "Hoy creo menos en el poder de la selección natural que al escribir, treinta años hace, esas líneas. Cuanto más estudio la organización del ojo de vertebrados e invertebrados, menos comprendo las causas de su maravillosa y exquisitamente adaptada organización".

Y es que en cualquier caso, como bien ha escrito el Prof. D. JULIO PALACIOS: "Es digna de meditación la radical diferencia entre la posición que adoptan los físicos contemporáneos al tratar cuestiones biológicas y la de los físicos materialistas de principio de siglo" [24]₁.

Ningún sabio entonces, agnóstico ni creyente, hubiese hecho en un escrito científico alusión a principios transcendentales, ni dicho como SCHRODINGER en su "*What is Life?*" (1945). "Las piecillas del organismo animal en nada se parecen a los toscos artificios con que el hombre construye sus máquinas; están hechas por Dios conforme a su mecánica ondulatoria" [24]₂.

Quisiera terminar este capítulo recordando las palabras con que FANTAPPIÉ, tras dirigir una mirada al posible porvenir del Universo, que le lleva a la esperanzadora conclusión antes enunciada, termina fijándose en cuál puede ser el orden que corresponde al hombre en el destino global del Cosmos: "Para ello podemos observar, que una vez admitido que todos los seres vivos vengan caracterizados por la presencia de fenómenos dieléctricos, y especialmente por la finalidad que los rige, todos los seres vivos tendrán fines más o menos elevados, tal, por ejemplo, el de la conservación del individuo y el de la conservación de la especie, que en los animales se manifiestan con los más potentes instintos. Únicamente en el hombre se manifiesta la "inteligencia", es decir, la posibilidad de coordinar todas las relaciones, organizando su vida, no únicamente enfocada hacia fines más o menos limitados y comunes con los otros seres vivos, sino también en for-

ma de poder vislumbrar una organización jerárquica de todos los fines, y como síntesis de ello el fin último en que todos armonizan, y que no es posible dejar de reconocer sino como manifestación de una Inteligencia Suprema, a la cual la nuestra se asemejaría en escala infinitamente pequeña por aquel carácter finalístico y universal que sirva prácticamente para distinguir a los seres inteligentes de los que no lo son".

BIONICA Y CIBERNETICA

Desde hace mucho tiempo se ha visto en la organización de los seres vivos un precedente de distintos artificios mecánicos y físicos de la técnica humana. "Los precursores del Arte y de la Industria" se les llama ya en el título de una obra de Wood [25]. La balanza, las tenazas, la sierra; aparatos ópticos; instrumentos perforadores contundentes y prensiles; artificios de vuelo y flotación; todo se encuentra inventado ya por la naturaleza (excepto, nos dicen, la rueda). Y no sólo los instrumentos, sino también las técnicas, desde la alfarería hasta la construcción de presas. Es un hecho sabido: las cúpulas, los túneles, los puentes..., todo lo han construido los animales, y basta cualquier capítulo de estas técnicas (por ejemplo: el de las maravillas de arquitectura repartidas entre los nidos de los pájaros), para provocar la admiración del observador. Pero todo esto es sabido de antiguo, y quizás por sabido ha llegado a parecernos natural.

Más sorprendente resulta que tomando en consideración ciertos fenómenos y técnicas refinadas de la física actual, se pueda descubrir en muchos casos, que también los animales las utilizan. Así, por ejemplo [26], se sabía hace largo tiempo que las enormes orejas del murciélago eran algo esencial para su orientación en el vuelo y en la captura de presas. Pero el mecanismo de esta organización no quedó perfectamente explicado sino con dos descubrimientos posteriores: las ondas ultrasonoras y el RADAR. Desde el momento en que los doctores GRIFFIN y GALAMBOS (de la E. de Medicina de Rochester) pensaron en la posibilidad de que los murciélagos emitiesen gritos ultrasonoros, acudieron al Prof. PIERCE (de la Universidad de Harvard) quien les brindó su laboratorio. Allí, con un especial receptor que hace audibles las ondas ultrasonoras, lograron averiguar que durante su vuelo los quirópteros emiten incesantes gritos en distintas frecuencias, especialmente en la región de los 50.000 ciclos. Los murciélagos emiten al volar alrededor de 30 gritos ultrasonoros por segundo, y cuando tienen delante un obstáculo duplican por breve tiempo el número de gritos, volviendo a los treinta normales una vez superado el obstáculo. Numerosas experiencias demostraron, sin duda ninguna, que además de emitir, reciben las ondas ultrasonoras reflejadas. Su aparato de vuelo a ciegas es, pues, un RADAR verdadero, salvo que las ondas en juego no son electromagnéticas, sino ultrasonoras.

Recientemente empezó a preocupar, además del mecanismo de información, el de reacción y gobierno. Tienen los animales multitud de medios de información todavía desconocidos (así, en los insectos, por ejemplo).

Pero una vez que la información ha llegado al animal, sea por ondas sonoras, o ultrasonoras, visuales o magnéticas, éste muestra una asombrosa capacidad de selección y un automatismo en las reacciones (del que puede ser ligero ejemplo el de una madre que distraída, sin darse cuenta de los ruidos y sonidos que interfieren su conversación, se levanta inmediatamente en cuanto llega a ella el leve quejido, casi inaudible, de su niño en la cuna). Un ejemplo estudiado con mucha intensidad es el del ojo de la rana, ya que el anfibio con su "ojo automático de selección" interpreta y elige las informaciones visuales como si actuase movida por una sorprendente inteligencia. Al anfibio lo que le interesa es atrapar al vuelo los insectos vivos de que se alimenta. Pues bien: mediante un mecanismo muy complejo de su aparato óptico es capaz de analizar la velocidad de los seres u objetos que vuelan a su alrededor. Una hoja lentamente transportada por el viento carece de interés, y la información no llega a ser transmitida al cerebro. Un pájaro que se acerca provoca un influjo nervioso que lleva al animal a zambullirse en el agua. En cuanto a los insectos que pasan, solamente son identificados y señalados en su cerebro si el tamaño y velocidad de vuelo los hace aptos para su captura. Y esta supone, naturalmente, un cálculo automático de posición y velocidad.

Del mismo modo constituye un prodigio de coordinación la habilidad de las avecillas capaces de volar a través de densos matorrales. Aquí el cerebelo aparece notablemente desarrollado, y su estrecha asociación con el lóbulo óptico ha dado origen a la expresión "cerebro óptico", ya que el cerebelo es el centro de respuesta automática a los estímulos nerviosos, que son visuales en su mayoría. No es necesario insistir en que nada parecido a una verdadera inteligencia interviene en esta aptitud de vuelo dirigido. Ni tampoco en el hecho de que las aves pueden mantener el equilibrio de vuelo y su nivel en niebla cerrada, con más perfección que los instrumentos indispensables a los pilotos humanos que tal pretenden. El secreto debe buscarse en los canales semicirculares sorprendentemente grandes y en los otolitos del oído interno.

Pues bien, en septiembre de 1960 nacía una ciencia llamada Biónica, creada, como en los tiempos modernos es usual, de encargo. Un equipo de investigadores especializados en matemáticas, electrónica, biología, etcétera, fueron convocados por el Ministerio del Aire de los Estados Unidos en Dayton (Ohio). Eran unos 700 científicos de todas las razas y naciones, cuya misión era inventar copiando el organismo de los animales [27].

Así, el equipo de biónicos desmontó célula por célula la retina de la rana para luego contruir, sobre este esquema, un nuevo modelo electrónico: un panel compuesto de 1.600 células fotoeléctricas que goza, como el ojo de la rana, de gran poder de selección.

Del mismo modo (según [27]), la General Electric Company ha utilizado la patente de las células visuales del cangrejo para conseguir una serie de innovaciones en la televisión que mejorará profundamente sus perfiles y luminosidad; los ingenieros de la empresa Sperry Rand han copiado de los balancines de las moscas el principio del "giratrón", empleado para descubrir los cambios de presión en la aviación. Y se trabaja intensamente

para descifrar los secretos del sentido infrarrojo que posee en la cabeza la serpiente de cascabel, capaz de detectar cambios de temperatura de 1/1.000 grados, y que utiliza para localizar de noche las presas de sangre caliente; y el oído abdominal de la polilla, porque conectándole un conveniente amplificador hace posible captar sonidos supersónicos que los micrófonos usuales no revelan.

Todas estas investigaciones no habrían sido posibles si en esta época no hubiese estado ya preparada la sistematización de diversas cuestiones que hoy constituyen la universalmente llamada Cibernética. Esta palabra fue utilizada en 1834 por AMPÉRE, para indicar el estudio de los medios de gobernar, y el matemático norteamericano NORBERT WIENNER la adoptó en 1948 para bautizar la ciencia, concepción suya, también por encargo, destinada a "estudiar el control y la comunicación en el hombre y en la máquina". En gran parte está identificada con la Teoría de la Información, que tal como está planteada en la actualidad es una rama de la matemática binaria, lógica o booleana.

Un principio de la Cibernética es, que si la estructura de un órgano que se encuentra en un ser vivo se encuentra análogamente en una máquina, la teoría se aplica igualmente a la máquina y al órgano vivo. Esta ciencia no considera los conceptos clásicos de energía, calor, rendimiento, entropía, etc., sino que atiende exclusivamente al comportamiento. Puede, pues, planear máquinas que nunca podrán construirse, o planear y construir otras, bautizadas a veces tan peregrinamente como la "máquina que no puede servir para nada" (es el "homeostato" del matemático y físico АШВУ; constituida por cuatro electroimanes con relaciones tales que permiten unas 400.000 combinaciones a través de las cuales recupera su estabilidad frente a cualquier perturbación).

Es inútil destacar la importancia que en estas cuestiones tienen los estudios de neurología y su matemática [28] en los que, digamos de paso, es figura destacada el español LORENTE DE NO. Es imposible ahora entrar en el sumario de estas cuestiones, que juzgamos muy hábilmente expuestas en un pequeño libro de COSSA [29], recomendable preferentemente entre los varios que hemos consultado.

El lector no preparado puede creer que las conclusiones cibernéticas son antiespiritualistas. Nada más falso. Ningún triunfo del espíritu humano puede volverse contra la primacía de este espíritu. Los nombres sugestivos de "máquina de pensar", "memoria electrónica" o "máquina que aprende", pueden hacer creer al informado superficialmente que las cuestiones de conciencia y de inteligencia han perdido su valor, o al menos su primacía; y que el sentido misterioso y profundo de lo que es la vida, está a punto de salir del mundo de la electrónica. Nada más falso, puede afirmarse como científico. Y no hay duda que la distancia entre una máquina de pensar y el verdadero pensamiento es infinitamente más grande que la que separa los vuelos orbitales de nuestros cosmonautas de lo que realmente es una navegación cósmica. Los versos de Fray Luis de León contemplando a la noche estrellada no han perdido en este siglo de "cosmonautas" un átomo de su belleza ni un ápice de su justificación.

Naturalmente, como advierte COSSA, también un neurofisiólogo tiene el derecho de tener en metafísica la opinión que quiera, y de expresarla; pero no puede expresarla en un texto donde relate trabajos experimentales como si fuera una irrefutable consecuencia de esos trabajos. Ello puede inducir a error, añadimos, al lector poco preparado en una de las dos cosas; en neurofisiología o en metafísica. No es lícito, pues, mezclar sin prudencia consideraciones de los dos órdenes.

CONCLUSION

Esta sumaria exposición de temas en que matemáticos y biólogos han sido llamados a colaborar, queda muy lejos de ser completa, pero supera ya todos los límites de extensión que impone el respeto a los oyentes. No es posible, pues, abordar una cuestión tan importante como la de los problemas de forma y simetría [30], orientación y sentido. Ignoro si en estos temas pensaba LEIBNITZ (pero bien pudiera) cuando decía: "Hay Geometría en todo".

La idea de sentido, o de orientación, no sé si habrá hecho meditar más a los matemáticos o a los biólogos. Así no es raro, sino muy oportuno como síntesis, que al matemático REY PASTOR se deba la observación de que las cortezas de los eucaliptus del hemisferio Norte se enroscan al tronco en sentido contrario que en el hemisferio Sur [31].

* * *

La trascendencia de la Biomatemática, el ingenio de los métodos que sus creadores han puesto a contribución, y hasta la paciencia de ustedes al escucharme, merecían para esta conferencia un bello final. Pero la más elemental discreción impone ya un final precipitado. Repita éste, siquiera, la misma palabra inicial: Señores, amigos, ¡gracias a todos!...

HE DICHO.

REFERENCIAS

Las obras citadas en el texto, en el mismo orden en que por primera vez se las menciona, son las siguientes:

- [1] Citado en W. V. MAYNEORD: *Física en Medicina*. Bol. Médico Británico. Vol. 3, número 6, 1945 (por amable comunicación del Dr. D. Antonio Oliver),
- [2] C. A. SMITH: *Biomathematics*. Ch. Griggin. Londres 1954.
- [3] A. J. LOTKA: *Theorie Analytique des Associations Biologiques*. (Act. Sc. et Ind. 187 y 780). Hermann. París.
- [4] Ph. L'HERITIER: *Genétique et Evolution.—Etudes mathématiques sur la sélection naturelle*. (Act. Sc. et Ind. 158). Hermann. París.
- [5] V. A. KOSTITZIN: *Symbiose, Parasitisme et Evolution: Etude Mathématique*. (Act. Sc. et Ind. 96). Hermann. París.
- [6] G. F. GAUSE: *Vérifications expérimentales de la théorie mathématique de la lutte pour la vie*. (Act. Sc. et Ind. 277). Hermann. París.
- [7] V. VOLTERRA ET M. U. D'ANCONA: *Les associations biologiques ou point de vue mathématique*. (Act. Sc. et Ind. 243). Hermann. París.
- [8] R. A. FISCHER: *Métodos estadísticos para investigadores*. Aguilar. Madrid, 1949.
- [9] I. BOLIVAR: *Curso práctico de Biometría y Genética*. Edit. Labor. Madrid, 1952.
- [10] R. R. VIDAL: *La correlación: su medida*. Coloquios de Aproximación Filosófico-Científica de la Institución Fernando el Católico. Zaragoza, 1963.
- [11] CL. BERNARD: *Introduction a l'étude de la médecine expérimentale*. París, 1865. (Cita de P. LAÍN: *Dos biólogos*. Col. Austral. núm. 911).
- [12] L. DE BROGLIE: *Materia y luz*. Espasa-Calpe, Madrid.
- [13] G. PAPINI: *Cartas del Papa Celestino VI a los hombres*. Aguilar. Madrid.
- [14] A. J. LOTKA: *Elements of Mathematical Biology*. Dover. New-York.
- [15] J. M.^a ORTS ARACIL: *La dinámica hereditaria de los sistemas biológicos*. Universitaria de Barcelona. Discurso inaugural del año académico 1946-47.
- [16] R. MARGALEF: *Modelos físicos simplificados de poblaciones de organismos*. Memorias de la R. A. de Ciencias y Artes de Barcelona, 1962.
- [17] V. VOLTERRA: *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*. Cahiers Scientifiques París, 1931.
- [18] L. FANTAPPIÉ: *Teoría unitaria de la causalidad y finalidad en los fenómenos físicos y biológicos, fundada en la Mecánica ondulatoria y relativista*. Rev. Mat. Hisp. Amer. Madrid, 1943.
- [19] L. FANTAPPIÉ: *Principi di una Teoría Unitaria del mondo físico e biológico*. Soc. Editr. "Humanitas Nova". Roma, 1944.
Para ulterior información sobre la obra de Fantappié consultar al Comité Internacional para la Unidad y la Universalidad de la Cultura. — Comisión de Estudios finalísticos. — Vía Milano, 72. Roma.
- [20] S. ARCIDIACONO: *Termodinámica e Biología*. Presenza Cristiana, V. 11. Catania: 15-6-1957.
- [21] S. ARCIDIACONO: *El virus e il problema de la vita*. Rev. Il Fuoco. 1957. Enero. Roma.

- [22] ARCIDIACONO: *I fenomeni di anabiosi*. Rev. Il Fuoco. 1957. Mayo. Roma.
- [23] S. RAMÓN Y CAJAL: *Reglas y consejos sobre investigación científica*. Pág. 27. Ed. Beltrán. Madrid, 1940.
- [24] J. MUÑOZ, S. J.: *¿Cómo nació la vida?* U. P. de Comillas. 1949 (de esta obra están tomadas las dos citas siguientes).
- [24]₁ J. PALACIOS: *De la Física a la Biología*. Madrid, 1946.
- [24]₂ E. SCHRÖDINGER: *What is Life?* Cambridge, 1945.
- [25] H. G. WOOD: *Los precursores del Arte y de la Industria*. Montaner y Simón. Barcelona, 1866.
- [26] V. MUEDRA, S. J.: *La Ciencia al servicio de los animales*. Casals. Barcelona, 1952.
- [27] A. CALLES: *La Biónica*. Revista. Madrid, febrero, 1964.
- [28] N. RASHEVSKI: *Progresos y aplicaciones de la Biología Matemática*.—Espasa-Calpe. Buenos Aires, 1947.
- [29] P. COSSA: *Cibernética*. Reverté. Barcelona, 1963.
- [30] K. L. WOLF-D. KUHN: *Forma y Simetría*. Edit. Universitaria. Buenos Aires, 1959.
- [31] R. SAN JUAN: *Julio Rey Pastor. Su vida y su obra vista por un discípulo*. Rev. Mat. Hisp. Amer., 1962, núm. 2.