

**REAL ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS,
QUÍMICAS Y NATURALES DE ZARAGOZA**

**DE DISCRETOS Y FLUIDOS:
ENTRE FIDELIDAD Y COMPLEJIDAD**

DISCURSO LEÍDO POR EL ACADÉMICO ELECTO

Excmo. Sr. D. MANUEL SILVA SUÁREZ

*EN EL ACTO DE SU RECEPCIÓN SOLEMNE
CELEBRADO EL DÍA 20 DE OCTUBRE DEL AÑO 2014*

Y

DISCURSO DE CONTESTACIÓN POR EL

Ilmo. Sr. D. ALBERTO ELDUQUE PALOMO

ACADÉMICO NUMERARIO



ZARAGOZA

2014

**REAL ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS,
QUÍMICAS Y NATURALES DE ZARAGOZA**

**DE DISCRETOS Y FLUIDOS:
ENTRE FIDELIDAD Y COMPLEJIDAD**

DISCURSO LEÍDO POR EL ACADÉMICO ELECTO

Excmo. Sr. D. MANUEL SILVA SUÁREZ

*EN EL ACTO DE SU RECEPCIÓN SOLEMNE
CELEBRADO EL DÍA 20 DE OCTUBRE DEL AÑO 2014*

Y

DISCURSO DE CONTESTACIÓN POR EL

Ilmo. Sr. D. ALBERTO ELDUQUE PALOMO

ACADÉMICO NUMERARIO



ZARAGOZA

2014

Editado por la Real Academia de Ciencias Exactas,
Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza

© 2014 del texto, Manuel Silva Suárez
© 2014 de la contestación, Alberto Elduque Palomo

Depósito Legal: Z-1340-2014
Maquetación: Littera
Impresión: Edelvives Talleres Gráficos, Zaragoza
IMPRESO EN ESPAÑA - UNIÓN EUROPEA

ÍNDICE

DE DISCRETOS Y FLUIDOS: ENTRE FIDELIDAD Y COMPLEJIDAD	7
<i>D. Manuel Silva Suárez</i>	
1. Delimitando el campo de juego	15
2. Sobre sistemas dinámicos de eventos discretos: de las redes y de Carl Adam Petri.....	21
3. Las redes de Petri: entre fundamentos y valoración.....	27
4. Las bases de nuestra visión: aproximación estructural y entrelazado de teorías.....	36
5. Del ciclo de vida de los sistemas y de las redes como paradigma de modelado.....	55
6. En la lucha contra la complejidad computacional: la <i>fluidificación</i> , una relajación clásica nuevamente aplicada.....	67
7. A modo de epílogo.....	85
Referencias bibliográficas	91
 DISCURSO DE CONTESTACIÓN.....	 97
<i>D. Alberto Elduque Palomo</i>	

**DE DISCRETOS Y FLUIDOS:
ENTRE FIDELIDAD Y COMPLEJIDAD**

POR EL

Excmo. Sr. D. MANUEL SILVA SUÁREZ

Excmo. Sr. Presidente,
Ilmos. Sres. Académicos,
Señoras y Señores:

Sean mis primeras palabras expresión de sincero agradecimiento por la llamada a colaborar en las tareas de esta Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales, de la que en el pasado abril hizo una centuria que se constituía la comisión encargada de su organización, institución que en un par de mayos cumplirá su primer centenario. Como ingeniero que ha dedicado una parte importante de sus esfuerzos a la comprensión de los *sistemas* (dinámicos) *de eventos discretos* (SED), ámbito en el que se usan muy diversos tipos de formalismos (*i. e.*, lenguajes formales para el modelado), me siento particularmente honrado por haber sido propuesto por los académicos de la Sección de Exactas. Indiscutible construcción social, ciencia príncipe y artificial donde las haya, las matemáticas han colaborado decididamente a transformar los saberes científicos y técnicos desde aproximaciones predominantemente cualitativas y empíricas hasta cuantitativas y teóricas, con el objetivo constante de clarificar y mejorar las capacidades computacionales, con frecuencia con intenciones predictivas y decisorias. Si las diferentes ramas de la ingeniería han progresado de la mano de técnicas matemáticas, estas han contemplado soluciones a problemas o motivaciones para su adelanto de manos de ingenieros, imbricación que se ha visto potenciada de forma extraordinaria por la enorme difusión de un artefacto particularmente paradigmático del pasado siglo xx: el computador. Desarrolladas, difundidas y usadas por profesionales con los más diversos perfiles, baste recordar el impacto en España de la tarea de personajes como José Echegaray, ingeniero de caminos, Zoel García de Galdeano, matemático, presidente de la comisión encargada de la organización de esta Real Academia, y Esteban Terradas, doctor en ciencias exactas e ingeniero industrial (posteriormente también de caminos) que, fugazmente, fue catedrático de esta Facultad de Ciencias.

En la conocida reflexión galileana sobre la necesidad de una *scienza nuova* queda bien explícita la identificación de las matemáticas como el lenguaje en que está escrito el universo. Pero en este mundo se ha de comprender no solo la naturaleza, también la *sobrenaturalidad* de origen técnico. Construida por la humani-

dad, en expresión de José Ortega y Gasset (*Meditación de la técnica*, Universidad de Verano de Santander, 1933), mediante la técnica se conforma un «paisaje artificial». La razón de esta construcción la encuentra el egregio filósofo en la actividad de los humanos, que históricamente han optado por invertir «esfuerzo para ahorrar esfuerzo», puesto que «vida significa para él [el hombre] no simple estar, sino bienestar. [...] Hombre, técnica y bienestar son, en última instancia, sinónimos». Naturaleza y sobrenaturaleza encuentran marcos explicativos en las matemáticas. Como floridamente apunta Juan de Dios García Bacca en su *Elogio de la técnica* (1987: 145), «la técnica actual, la que nos llega de la Revolución Industrial, padece de la incontinencia aritmética de la naturaleza».

Puede ser que la aconsejable limitación de la longitud del título de este discurso lo haga aparecer críptico, particularmente para quien no esté próximo a la ingeniería de sistemas y automática, área de conocimiento a la que se adscribe administrativamente nuestra actividad universitaria. Valga puntualizar por tanto, como precisión suplementaria, que hablaremos de sistemas (dinámicos) de eventos *discretos* —tipo de modelado formal singularmente apropiado para el diseño y la operación de multitud de sistemas artificiales— y de ciertos sistemas *fluidos* (o *continuos*, aunque técnicamente híbridos), con lo que tratamos de considerar una parte significativa de nuestro más reciente hacer en la búsqueda, a través de la operación de continuización (o fluidificación), de puntos alternativos al compromiso entre *fidelidad* representativa del modelo y *complejidad* computacional asociada (para su análisis, síntesis, realización o implementación, etc.).

Pero antes de saltar a la arena deseo dedicar unas breves palabras tanto a quienes nos han precedido en esta corporación como a algunos de los colaboradores más estrechos en la aludida tarea, que vio su primera tesis doctoral en esta universidad —la primera al respecto en la universidad española— hace ahora tres décadas. Graciano Silván González (1916-1934),¹ José M.^a Íñiguez Almech (1947-h. 1973), Rafael Cid Palacios (1979-2004)² y Manuel Doblaré

¹ Nació en Ponferrada en 1874. Quiere la casualidad que tengamos una insospechada relación que no proviene precisamente de la proximidad literal de nuestros apellidos. En efecto, *Silván* es un topónimo que identifica una pedanía situada en la Cabrera, aunque administrativamente integrada en la comarca de El Bierzo, y yo, en alguna generación, debo de provenir *del bosque*. Por otro lado, don Graciano fue primo segundo de Arturo González Nieto (1882-1937), pionero berciano de la fotografía, personaje sobre el que ha trabajado mi esposa. Desde hace un tiempo, M.^a Regina tiene en cartera el estudio de la figura de don Leandro María Silván de la Iglesia, padre de este académico fundador.

² Apenas traté a don Rafael, aunque conversamos en varias ocasiones. En particular, hablamos cuando preparaba el discurso que centraba la celebración del décimo aniversario de la incorporación de los estudios de Ingeniería Informática a nuestra universidad [Silva04]. Me ayudó a reconstruir la incorporación en el curso 1962-1963 del IBM 1620, el primer computador electrónico de la Universidad de Zaragoza. Donado por la Caja de Ahorros y Monte de Piedad de Zaragoza, Aragón y Rioja (CAMPZAR, hoy Ibercaja), realizaba en diez minutos cálculos que a él le costaban aproximadamente un mes de trabajo. Sin duda, como mínimo, los computadores trajeron calidad de vida.

Castellano (2005-2013) nos han antecedido en la medalla que se me asigna, la número 19. Los tres primeros compartieron, naturalmente en tiempos diferentes, su pasión por la astronomía, disciplina fuertemente matematizada. De singular tradición desde el medioevo en tierras españolas, esta fue llave conceptual para surcar los océanos en esas difíciles condiciones a las que Martín Cortés de Albácar, insigne cosmógrafo bujaralocino, se refirió con el conocido: «¡Qué cosa tan ardua dar guía a una nao engolfada donde solo agua y cielo verse puede!».³

Mi afecto hacia Manuel Doblaré no es flor de un día: data de hace una treintena de años. En esta universidad cesaraugustana compartimos aspiraciones y desvelos en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, donde colaboró conmigo como subdirector; en el Centro Politécnico Superior, en el que me sucedió como director; también en el Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A), del que ha sido su director-fundador. Doctor *honoris causa* por la Universidad Técnica de Cluj-Napoca (Rumanía) y premio a la Excelencia Investigadora en Aragón, hoy mi tocayo dirige Abengoa Research, empresa de I+D en el ámbito de la energía y la sostenibilidad, aunque previamente hay que consignar la relevancia del grupo por él creado en la Universidad de Zaragoza sobre Biomecánica y Mecanobiología. Me complazco en pertenecer al trío de académicos que le propuso para la Real Academia de Ingeniería, en la que ingresó con la inauguración de la Exposición Internacional de Zaragoza, en junio de 2008. Con el doctor Doblaré compartimos visiones y trabajos, pero, siendo él especialista en problemas de análisis numérico, en estas preocupaciones operamos en esferas radicalmente diferentes, sin duda complementarias.



Investigación de enfoque más sistémico que dirigida por casos, en nuestros trabajos estos últimos han estado con frecuencia entre bambalinas, perennemente en el pensamiento. En este sentido, coincidimos con Yu-Chi Ho, quien en la presentación del primer número de la revista *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications* (1991), publicación nuclear en la especialidad, proclamaba su «firme creencia en la interacción sinérgica entre la afortunada aplicación de resultados de la teoría pura y el descubrimiento de nuevos conocimientos a través de las aplicaciones. Una disciplina basada en los avances técnicos tiene su última justificación en el servicio a la técnica».

³ Martín Cortés: *Breve compendio de la sphaera y de la arte de navegar* (Sevilla, 1551), f. IV v. Traducido al inglés en 1561, el tratado fue impreso nueve veces en Inglaterra (hasta 1630). En rotunda afirmación de David W. Waters (*The Art of Navigation in England in Elizabethan and Early Stuart Times*, Yale University Press, 1959), «fue uno de los más decisivos libros impresos en inglés. Contiene la llave para el dominio del mar». Vocablo de raíz latina, *arte* fue hasta el Ochocientos sinónimo de *técnica*, de raíz griega.

En el modelado de sistemas interesa particularmente el compromiso entre la *fidelidad* de lo representado y la *complejidad computacional* asociada a su análisis o síntesis, caso de ser decidible el problema considerado. Aunque no siempre, con cierta frecuencia a un ingeniero le interesan modelos más *realistas* (*i. e.*, más fieles, más representativos), incluso si para estos solo se dispone de algoritmos de semidecisión o capaces de proveer valores aproximados o tan solo cotas. Dicho sea lo anterior sin despreciar en absoluto la consideración de representaciones intencionalmente *simples* que admiten soluciones *exactas* y de eficiente cálculo. En otros términos, con frecuencia la solución *exacta* de un modelo hipersimplificado es menos informativa que una solución *aproximada* de un modelo más representativo (*educated guess*). Obviamente, un modelo muy simplificado, computacionalmente eficiente y representativo de la realidad latente en el sistema considerado nos evoca el gracianesco «Lo bueno, si breve, dos veces bueno», o, si se prefiere, el más popular «Bueno, bonito y barato», que además introduce la dimensión estética, con frecuencia insospechada para el profano, pero aquí omnipresente. Auténtica fuerza tractora en el desarrollo de las matemáticas, derivada de su *perfección lógica*,⁴ se suele decir que su esencia reside en la belleza de números, figuras y relaciones.

La complejidad de los SED puede derivar de dimensiones como la complicación intrínseca (peculiar enmarañamiento en las relaciones de las partes, de donde una difícil comprensión, con la presencia de paradojas comportamentales...), el tamaño y los tipos de subsistemas, así como la dimensión de las *poblaciones* residentes (*i. e.*, idea de cantidad de réplicas) o la existencia de diferentes escalas de tiempo. En la lucha por su dominio conceptual intervienen mecanismos de *abstracción* (algunos conducen a la reducción informada de modelos) y de *organización* (por ejemplo, la búsqueda de simetrías o parametrizaciones), *estrategias* de análisis o síntesis como la descomposición-composición (usuarias de la clásica enseñanza predicada por el aforismo «Divide y vencerás»), incluso *relajaciones* (la fluidificación, entre otras).

Aunque de ninguna de las maneras exclusivo, el grueso de nuestras aportaciones en el dominio de los SED se inscribe en el ámbito de los formalismos conocidos como *redes de Petri*,⁵ al que, si bien con intensidad diferente, en el GISED

⁴ Lo que, a la vista de resultados como los de Kurt Gödel (1931) y Alain Turing (1936), requeriría de matices en los que no procede entrar en este discurso.

⁵ Pese a que volveremos sobre ello, se puede adelantar que se trata de una familia de formalismos para la especificación de SED con noción de estado distribuido, en su variante más conocida de naturaleza numérica, especialmente adecuado para describir con rigor fenómenos de paralelismo y sincronización; se compone de dos partes: una estructura y un marcado (o estado) inicial. Entre las múltiples introducciones al tema, [Murata89], cap. 1 de [DiHaPr SiVe93] y [DaAl10]. Para una relativamente amplia y reciente perspectiva de las cinco décadas cumplidas en la disciplina, en la que

(Grupo de Ingeniería de Sistemas de Eventos Discretos), que ahora se subdivide en función de intereses aplicativos, acudimos con espíritu pluridisciplinar desde tres áreas universitarias de conocimiento: Ingeniería de Sistemas y Automática, Lenguajes y Sistemas Informáticos, y Arquitectura y Tecnología de Computadores. El desarrollo de teorías, métodos y herramientas ha sido objetivo de nuestro grupo a lo largo del tiempo.

Permítaseme que desde este proemio dedique el presente discurso a mis compañeros y colegas del GISED, coautores e inspiradores en esta dimensión *petrista* en Zaragoza, así como a una cuarentena allende las fronteras. Muy especialmente centro esta dedicatoria en Laura Recalde Frisón, brillante matemática formada en las aulas de esta Facultad de Ciencias cesaraugustana, después doctora en Ingeniería, que, siendo profesora titular de Ingeniería de Sistemas y Automática, nos dejó con los últimos suspiros de 2008, en plena flor de la vida. Ahora bien, como el monocultivo no suele ser globalmente beneficioso en ningún ámbito, tampoco en la investigación, a comienzos de la década de los ochenta decidimos formar un grupo de robótica. La coordinación de las Jornadas Técnicas del Salón Internacional Robótica (FONM de Zaragoza, 1984-1990), la participación en la fundación de la Asociación Española de Robótica (1985) y la coedición con Armando Roy de *Inteligencia artificial y robótica industrial* (Universidad de Zaragoza, 1985), así como la coordinación de la *Introducción a los robots industriales y sus aplicaciones* (Universidad de Zaragoza, 1987 y 1989) y las tesis doctorales de Luis Montano (1987) y Juan Domingo Tardós (1991) forman parte de ese impulso diversificador. Hoy es gozosa realidad en el Grupo de Robótica, Percepción y Tiempo Real (ROPERT: RObotics, PErception and Real Time Group), referencia inexcusable de la investigación robótica hispana.

Siempre he pensado que entre los lenguajes básicos de la ingeniería están el verbal, el gráfico y el matemático, de características manifiestamente complementarias.⁶ En lo sucesivo hablaremos informalmente de algunos granitos de arena en la gran playa del tercero empleando, esencialmente, los dos primeros. Dicho más precisamente, lo haremos en ausencia de formalizaciones con axiomas, ecuaciones y teoremas, por lo que esta disertación podría ser adjetivada como *oximorónica*. Estableceremos un doble y casi independiente discurso con

entremezclamos elementos epistemológicos e históricos, véase [Silva13]. El presente texto puede entenderse, en cierto modo, como un complemento en clave más local.

⁶ Y de este modo se refleja en la colección «Técnica e Ingeniería en España», que desde 2004 edito gracias a la singular colaboración entre la Real Academia de Ingeniería, la Institución «Fernando el Católico» y Pressas de la Universidad de Zaragoza (<http://www.raing.es/es/publicaciones/libros/colecci-n-t-cnica-e-ingenier-en-espa>).

palabras e ilustraciones. Nos basamos en el segundo en una característica nuclear de las redes de Petri: su intuitiva representación gráfica. En efecto, recuérdese aquello de que, aunque no siempre, «Una imagen vale más que mil palabras». Con objeto de facilitar el acceso a la temática, en la primera mitad (secciones 1, 2 y 3), intercalando algún planteamiento epistemológico, esbozaremos con extrema concisión el marco formal y aplicativo en el que nos desenvolvemos. Si la paciencia no les abandona, sin seguir una estricta trama temporal, a continuación recorreremos *a vista de vuelo de pájaro* parte del camino realizado. No será propiamente una colección de resultados situados en el contexto internacional, sino más bien una identificación de las líneas estratégicas que han pretendido caracterizar nuestro devenir en esta dimensión. Haremos referencia a alumnos y colaboradores con los que hemos compartido satisfacciones y sinsabores, pero sobre todo la pasión por la tarea y la amistad. Muchos nombres se deslizan por el texto, pero es imposible mencionarlos a todos explícitamente, por lo que de entrada solicito perdón por las múltiples omisiones. Como inevitablemente habremos de hacer referencia a diversos textos relativos a nuestro quehacer, nos hemos impuesto como inexcusable restricción el limitar las citas a trabajos de amplio espectro, todos redactados como conferencias plenarias en encuentros internacionales o como respuestas a solicitudes expresas de editores de revistas o volúmenes monográficos.

1

DELIMITANDO EL CAMPO DE JUEGO

Modelo (DRAE) puede ser «arquetipo o punto de referencia para imitarlo o reproducirlo». En el ámbito de la pintura o la escultura se trata de la «persona u objeto que copia el artista». Al margen de otras acepciones, la que primordialmente nos interesa aquí tiene que ver con la idea de «esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento». Es decir, contrariamente a lo considerado en las dos artes mencionadas, en ciencia e ingeniería nos ocupa el modelo como representación *abstracta*, por lo tanto *simplificada* según unos objetivos, y *calculable* de un cierto sistema. Un modelo no es la entidad o el sistema a representar, sino una representación. Todo sistema admite multiplicidad de modelos en función de los objetivos visados.

Dicho esto, con las ecuaciones diferenciales, las funciones de transferencia, los autómatas o las álgebras de procesos, por ejemplo, se construyen o expresan modelos *buscados* de los sistemas objeto de consideración. En ello subyace un primer atropello a la racionalidad del lenguaje, pero de uso universalmente aceptado: el hablar de *sistemas* continuos o discretos, por ejemplo, cuando lo que así se construyen son *representaciones* más o menos formales. En este sentido, es frecuentísimo abuso del lenguaje afirmar que tal o cual sistema *es* continuo (a veces se dice «dirigido por el tiempo») o, por el contrario, que *es* discreto (análogamente calificado con frecuencia como «dirigido por eventos»). Una de las grandezas del español es su capacidad para diferenciar nítidamente el ser (esencia) del estar (circunstancia). Sin embargo, en general, con los términos *discretos* o *continuos* es frecuente adjetivar a los sistemas, que no a los modelos, instrumentos circunstanciales que se adecuan a lo que se pretende inferir sobre el comportamiento de lo así abstraído.

En el ejercicio de la ingeniería la preocupación esencial es pragmática, no epistemológica. En un simple balance de masas, interesados por el estado de un tanque cilíndrico con agua, es normal que lo consideremos con variables continuas, dado que un mol tiene el número de Avogadro de moléculas. Se dice que el sistema *es* continuo o discreto cuando en realidad esa adjetivación le corresponde al modelo, que igualmente podría ser considerado como discreto si tan solo nos interesase una diferenciación muy básica del nivel: saber si se encuentra próximo al desbordamiento, a su vaciado, o se desenvuelve por una región interme-

dia (un estado con tres valores discretos: mucho, poco o normal). Por otro lado, si bien las moléculas son contables en los naturales, hace tiempo que el átomo dejó de conceptuarse como esa entidad indivisible que contemplaba la ciencia helénica. Tampoco resulta aceptable la centenaria, ingenua y hace ya un siglo obsoleta propuesta de Ernest Rutherford (1911), que formuló la bella imagen de un nanosistema planetario con el núcleo como sol y electrones como planetas y satélites, todo ello sin llegar a los modelos más actuales. Entonces, ¿el modelo de nuestro tanque de agua ha de *ser* continuo o discreto? La respuesta es ni lo uno ni lo otro: depende de lo que se quiera ver o hacer. Valga en este punto recordar adaptándolo un conocido aforismo: «Hay gente que utiliza los modelos como los borrachos las farolas, para apoyarse en vez de para iluminarse».

En mis tiempos de estudiante universitario, tanto en Sevilla como en Grenoble, los estudios de automática consideraban un tanto dicotómicamente los sistemas como continuos (eventualmente discretizados en el tiempo, lo que con gran propiedad se calificaba con adjetivos como *muestreado*, *sampled* o *échantillonné*) o lógicos (discretos). La imprecisión terminológica que supuso el denominar, equívocamente, *discretos* a los sistemas continuos en *tiempo discretizado* (algo necesario cuando se emplean computadores como elementos de control) condujo a que, durante los años ochenta del pasado siglo, hiciera fortuna el sintagma nominal *sistema de eventos discretos* (SED). Ahora bien, en contra de lo esperable, en lo anterior *discretos* califica a los eventos,⁷ ¡no a los sistemas!

Sin entrar en definiciones formalizadas, con las precisiones terminológicas previas, se acepta que un sistema dinámico es *discreto* si sus variables de estado y entrada/salida toman valores discretos (por ejemplo, en un alfabeto dado o en los enteros).⁸ Los *eventos* son esos hechos especiales que provocan un cambio en el valor del estado. Se dice que un sistema es *autónomo* si no tiene asociada ninguna interpretación que condicione su evolución desde el entorno, es decir, si no existen variables *exógenas* que restrinjan los comportamientos posibles. En un modelo autónomo no existe un tiempo cuantitativo, solo lógico (*i. e.*, ideas de antes o después y a la vez, básicamente).⁹ Si el modelo se dota de una interpreta-

⁷ En disciplinas próximas, como la estadística, sin embargo, se ha preferido el sinónimo *suceso*, al que normalmente cabe otorgar un cierto matiz negativo (frente a *acontecimiento*, sinónimo que suele tener un matiz más positivo). Sobre cuestiones lingüísticas al respecto, M. Silva Suárez: «Terminología», *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial (RIAI)*, 3 (2): 122-123, 2006.

⁸ Si el modelo está temporizado y existe memoria temporal (*i. e.*, no es markoviano), las variables de estado pueden contener, además, información en los reales.

⁹ Obsérvese que la autonomía en SED es un concepto que no coincide con el de ecuación diferencial o sistema dinámico continuo autónomo. En efecto, en el segundo caso se describe una trayectoria (si el sistema es estocástico se podrá hablar, eventualmente, de una trayectoria media), mientras que en el primero se define un espacio alcanzable (el no-determinismo como rasgo relevante de las redes de Petri se considera en la sección 3: «Las redes de Petri: entre fundamentos y valoración»).

ción temporal cuantitativa (determinista, estocástica, con intervalos, etc.) se dirá que está *temporizado*. Además, existen otras interpretaciones que tienen en cuenta la evolución del entorno. El objetivo de la teoría de SED es proporcionar una comprensión rigurosa y sistemática de su dinámica, con frecuencia compleja y contraintuitiva, así como de los medios para su control.

La mayoría de las aplicaciones que han motivado el desarrollo de la teoría de SED concierne a concepciones o construcciones artificiales como pueden ser las relativas a sistemas de manufactura, de logística, de control de tráfico (rodado o aéreo), de flujos de trabajos (*workflow*), de procesamiento distribuido de datos o de ingeniería de protocolos, entre una infinidad.¹⁰ En otros términos, con la formalización de esta clase de sistemas no se buscó, principalmente, modelar procesos que se dan espontáneamente en la naturaleza, sino ayudar a concebir (estructura, funciones, dimensionamientos, etc.) o a controlar los ingenios o artefactos de modo que su comportamiento se ajuste a los objetivos propuestos, algo que está cambiando en los últimos lustros.

Si las matemáticas para describir la dinámica de *visiones* continuas de sistemas, en especial para el control, se identifican ya hace más de tres siglos [SuWi97], la formalización de las *visiones* de eventos discretos es mucho más reciente. Incluso si se puede hablar de diversos precedentes de singular relevancia (como los trabajos de Erlang, Turing, Shannon, Moore, Mealy, Huffman, etc.), se podría decir que su desarrollo es fruto de poco más que la semicenturia pasada. Adicionalmente, ya en la década de los años sesenta del pasado siglo, en el ámbito de la programación de los computadores hubo iniciativas importantes en la denominada *simulación de eventos discretos*. En particular, la *discrete event system specification* (DEVS) [Zeigler76] se introdujo para proporcionar una base formal con la que especificar ciertos modelos programables con lenguajes de simulación como SIMSCRIPT, SIMULA o GPSS.

La expresión *sistema dinámico de eventos discretos* fue usada por primera vez en 1980 por Yu Chi Ho y su grupo en Harvard, y se hizo popular a finales de esa misma década (véase, por ejemplo, [Ho89]). Como en *El burgués gentilhomme* de Molière, muchos de los que trabajábamos en temas relacionados con autómatas, cadenas de Markov, redes de colas, redes de Petri, álgebras de procesos, álgebras exóticas (\leftarrow max, \rightarrow , entre otras), etc., constatamos de repente que no hablábamos en prosa sino *en SED*, patrimonio de una nueva comunidad claramente interdisciplinar. En cierto sentido, esta comenzó a ser reconocida, y en su mayor parte nutrida, por especialistas procedentes de disciplinas tan jóvenes, pero al mismo tiempo tan firmemente asentadas, como la *automática*, la *infor-*

¹⁰ Véanse algunas referencias en [Silva13].

mática y la *investigación de operaciones*.¹¹ Por supuesto, como teoría de sistemas, desarrollada por ingenieros y científicos, las bases formales de los SED se enraízan en las matemáticas.

Controlar un sistema dinámico es —ni más ni menos— restringir adecuadamente sus posibilidades de evolución, de modo que se satisfagan adecuadamente ciertas desideratas sobre su comportamiento. Coloquialmente, controlar es *domar*. Según lo avanzado, frente al control de los sistemas continuos, el de los SED presenta una doble faz esencial. En efecto, el *juego* ha de establecerse tanto sobre la visión autónoma del sistema (admitiendo el máximo no-determinismo) como sobre las múltiples visiones interpretadas posibles, en particular las temporizadas, estas últimas algo más próximas conceptualmente (aunque no técnicamente) al tratamiento más convencional de los sistemas continuos. El control *lógico* busca garantizar en el sistema autónomo (o bajo una interpretación temporal dada) unas propiedades que pueden ser de *seguridad* (*i. e.*, nada malo puede ocurrir durante la evolución) o de *vivacidad* (*i. e.*, en el futuro, siempre puede ocurrir algo bueno, idea próxima a la máxima ciceroniana «Dum anima est, spes est»), términos aquí recogidos en el sentido de la *lógica temporal*. Se puede buscar el forzar que el comportamiento del sistema cumpla determinadas exclusiones mutuas, o propiedades genéricas como la ausencia de bloqueos, por ejemplo, o diversos atributos a la vez. Si el comportamiento se restringe lo mínimo imprescindible para cumplir las propiedades deseadas se dice que es *máximamente permisivo*.¹² Otro tipo de control está relacionado con nociones cuantitati-

¹¹ Preferimos esta denominación a *investigación operativa*, que además define administrativamente un área de conocimiento en nuestro ordenamiento académico. En efecto, en este último caso *operativa* adjetiva a *investigación*, mientras que en el sintagma nominal *investigación de operaciones* el segundo sustantivo juega el papel de específico. En cualquier caso, de investigar las operaciones (militares en el nacimiento de la disciplina, en tiempos de la Segunda Guerra Mundial), con investigación operativa se pasa a un tipo particular de investigación, degradando a adjetivo el sustantivo específico, principal. En este sentido conviene recordar que en el nacimiento de esta disciplina en el ámbito académico civil, en 1951, Philip M. Morse la conceptualizaba como ciencia de las operaciones y de los eventos en los sistemas realizados por los humanos. Acertadamente, en ámbitos castrenses se mantiene la denominación *investigación de operaciones*.

¹² La importante conexión entre las aproximaciones de síntesis gestadas en el ámbito de la informática, *sistemas reactivos*, y de la automática, *control supervisor*, es un tema bien conocido desde hace décadas. Sin lugar a dudas podemos decir que pertenece al *folklore* de la intersección entre ambas disciplinas. Eventualmente, inhibiendo eventos (o transiciones) controlables sobre el modelo del sistema no controlado o *planta*, el control considera formas sistemáticas por medio de las que se consigue que el comportamiento lógico de la composición paralela (*i. e.*, en realimentación) cumpla unas especificaciones dadas, a pesar de limitaciones sobre la observación (en redes de Petri, lugares no observables, principalmente). En los sistemas reactivos, la síntesis usa con frecuencia un cierto *juego* (*i. e.*, actividad en realimentación) entre el sistema considerado y su entorno. En este sentido, una contribución particularmente reciente, redactada por prominentes investigadores con la idea de aproximar formalmente posiciones, aunque metodológicamente sesgada, es [EhLaTrVa14].

vas de eficiencia. En estos casos se busca, por ejemplo, la minimización del tiempo de ciertos ciclos productivos o de los trabajos en curso (WIP, *work in process*), la homogeneización de las tasas de uso de determinados recursos (balanceos de la carga) o la optimización de funciones objetivo complejas relativas a la maximización de beneficios o la minimización de costes. Aunque omnipresente, en el primer caso la problemática tiene múltiples concomitancias con la informática, y en el segundo, preferentemente con la investigación de operaciones.

Quizás desigño de Fortuna, pues nos graduamos en ingeniería industrial, gran parte de nuestra actividad investigadora se ha desarrollado en el marco mencionado, de carácter netamente transversal. Ello nos ha proporcionado la oportunidad de traspasar fronteras, lo que dota a la aventura de la investigación del aliciente adicional de las pequeñas transgresiones. En efecto, soy de los que piensan en las potencialidades del *merodear* intelectualmente en ámbitos con preocupaciones similares, aunque desde perspectivas especialmente distantes. Ello suele recompensarse con sinergias conceptuales y metodológicas, lo que contribuye a su vez a la descompartmentación de los saberes.¹³ Junto al aludido sentimiento transgresor, esta es la cara del asunto; sin que ello nunca nos haya preocupado, cruz de esta misma moneda es el que a veces se nos haya dejado oír expresiones cuyo *apesadumbrado* tenor se puede ilustrar con un «no sois *totalmente* de los nuestros», simple indicador de que las ciencias son construcciones sociales, realizadas por comunidades, aunque estas no siempre posean reglamentos formalizados.

Hace poco más de un cuarto de siglo, en el informe *Future Directions in Control Theory: A Mathematical Perspective* [Fleming88] se decía que:

there exist no formalisms for DEDS mathematically as compact or computationally as tractable as the differential equations are for continuous systems, particularly with the goal of control.

Pues bien, parte de esta diversidad proviene, al menos parcialmente, de la relativa juventud de la disciplina, como se reconoce, por ejemplo, en [Boel02: 254].¹⁴

¹³ Desde una perspectiva mucho más amplia, la revista *Hermès* (CNRS, 2013) dedica el número 67 al tema con el sugerente título: *Interdisciplinarité: entre disciplines et indiscipline* (coord. por Jean-Michel Besnier et Jacques Perriault).

¹⁴ Se trata de un informe sobre un heterogéneo panel en el que se habla de *control supervisor*, de *análisis de perturbaciones* (técnica para la evaluación de sensibilidades en simulación, eventualmente utilizable en optimizaciones) y de dos clases de formalismos de potencia expresiva muy diferentes, la segunda incluida en la primera, pero con un marco técnico diferenciado: *redes de Petri* y *álgebra \leftarrow max, \rightarrow* (dioide, semianillo en el que el preorden definido por la adición es una relación de orden).

The closing comments by the panel members were surprisingly unanimous: the field of discrete event dynamical systems, with its many different paradigms, is too young to settle on one single universal paradigm. But common problems and common goals, as well as common methodology, compel us to learn from each other and to understand each other's language, justifying the title of this report: unity in diversity, diversity in unity.

Entre otras, una segunda razón que contribuye a explicar la diversidad son las dobles perspectivas que se suelen adoptar, abstrayendo por completo, o no, una dimensión temporal cuantitativa.

Ciertamente este ámbito está hoy mucho más maduro, como puede comprobarse a través de la existencia de los varios cientos de miles de trabajos publicados y sus aplicaciones a problemas reales. En cualquier caso, a pesar de los significativos cambios experimentados, se puede decir que varios de aquellos formalismos operacionales existentes en la década de 1980 subsisten, las redes de Petri en particular. El título del informe de René Boel hace referencia explícita a «unidad sin uniformidad y diversidad sin fragmentación» en el dominio. Esta multiplicidad de lenguajes para describir proyectos (diseños) y realidades es evidencia del *pluralismo* [Putnam94] en el que se hacen compatibles el rigor metodológico y la variedad y la riqueza en las formas descriptivas. Sin duda, la *selección natural* (tómese como metáfora del sentido darwiniano de la expresión) seguirá modificando el paisaje conceptual y técnico de los SED, aunque en estas elecciones siempre habrán condicionantes extraconceptuales, algunos de estos con origen en el mundo académico, otros de origen industrial, también nacional, etc.

2

SOBRE SISTEMAS DINÁMICOS DE EVENTOS DISCRETOS: DE LAS REDES Y DE CARL ADAM PETRI

Carl Adam Petri (Leipzig, 1926 – Bonn, 2010) fue un matemático que trabajó en un entorno informático. No obstante, estaba persuadido de que con su tesis (*Kommunikation mit Automaten*, 1962) había sentado las bases de una rama de la teoría de sistemas. En efecto, desde el comienzo fijó su mirada más allá de los complejos problemas computacionales de carácter *local* que preocupaban en la informática a comienzos de la década de 1960. De este modo, con motivo de la recepción de la medalla de oro de la Academy of Transdisciplinary Learning & Advanced Studies (ATLAS, Antalya, abril 2007) reconoció que era:

a weighty matter because it is the first time that my endeavour to transfer structural knowledge and insight across the borders of various disciplines is explicitly acknowledged – a concern which I tried to promote in many of my talks and lectures over the years.

Interesado en la descripción de *nuevas* situaciones que se daban en la vida real, trabajó esencialmente a nivel conceptual, *abriendo ventanas* para la representación de SED concurrentes (*i. e.*, proporcionando los fundamentos para nuevas formas de modelar y analizar). Esto puede verse como un perfil menos frecuentemente ejercitado con éxito que el de demostrador de teoremas. En otros términos, fue un investigador más conceptual que técnico.

Se denomina *sistema concurrente* a aquel en el que se desarrollan con simultaneidad actividades diversas, eventualmente interaccionando entre ellas de forma cooperativa o competitiva. Pionero en la teoría de la concurrencia, Carl Adam reemplazó la ordenación temporal de los acontecimientos por una causal, contemplando el paralelismo como ocurrencias de eventos mutuamente independientes. Su teoría, axiomática, basada en relaciones binarias de *causalidad* (dependencia) y *paralelismo* (independencia), conduce a formalismos expresivos, capaces de modelar de forma directa la *sincronización*, y por tanto las relaciones de *cooperación* y de *competencia*. *Localidad* (espacio) y *causalidad* son las piedras angulares de una teoría de comunicación *atemporal*. Para ella desarrolló la noción *distancia sincrónica*, métrica independiente del tiempo sobre las ocurrencias de eventos.

Los dos elementos básicos, ambos de carácter local, para construir modelos de sistemas dinámicos son los *estados* y las *transiciones*, mientras que las relaciones entre estos (modeladas explícitamente por arcos) representan el *consumo* y

la *creación* de recursos. Con este punto de vista, utilizando grafos bipartidos y animados, las redes de Petri pueden reflejar la estructura del sistema que se modela. En este punto cabe matizar que el formalismo que definió¹⁵ es el denominado *red condición/evento* (*condition/event net*, CE-net), en el que los estados locales (las condiciones) solo pueden tomar valores booleanos, por lo que solo le es permitido describir sistemas finitos.

Con posterioridad ha ido apareciendo una ingente cantidad de formalismos *de la familia*; puede decirse que la disciplina es como un *universo en continua expansión*. Entre los más relevantes, las *redes lugar/transición* (*place/transition nets*, por antonomasia nombradas como *redes de Petri*, RdP), las *redes predicado/transición* (*predicate/transition nets*, PrT-nets), las *RdP coloreadas* (*coloured Petri nets*, CP-nets), las *redes en redes* (*nets within nets*, en las que las marcas poseen una estructura basada en redes a su vez), diversidad de redes *orientadas a objetos* (*object-oriented PNs*)... Unas propuestas son *abreviaciones*, es decir, tienen la misma potencia expresiva que las RdP, pero el modelo es más compacto, mejor estructurado; otras la incrementan (*extensiones*), y entre estas están las redes con *arcos inhibidores*, con *prioridades*, con *arcos de puesta a cero*, etc. Al ser estos formalismos semi-interpretados, se les puede añadir un sinfín de *extensiones por interpretación*, para así captar los rasgos buscados. Entre estas se encuentran multitud de temporales (*determinísticas* y *estocásticas*, frecuentes en problemas de evaluación de prestaciones o de optimización, o con duraciones definidas por *intervalos*, especialmente utilizadas en problemas de tiempo real, por ejemplo), así como muy diversos tipos de redes de Petri fluidas e híbridas. Es decir, a Carl Adam Petri se le debe la semilla de una amplia disciplina científica y técnica que, como todas, es una construcción social.

Las ideas de Petri se adelantaron a las necesidades técnicas de la época. Por ello se puede entender que antes de comenzar su difusión hubo que superar una cierta travesía del desierto. Simplificando mucho, conviene hacer notar que la semilla comenzó a fructificar antes al otro lado del Atlántico, principalmente de la mano de Anatole W. Holt (Applied Data Research y, después, Massachusetts Computer Associates) y su grupo, con apoyo de Jack Dennis (MIT). Conceptual y geográficamente algo más lejanos, en la Costa Oeste, también hubo reflejos. En

¹⁵De su representación gráfica no hay traza en la tesis doctoral (1962), aunque así se asevere en multitud de publicaciones, lo que muestra que los autores no habían leído el trabajo fundador de la disciplina. El propio Petri reconoció en diversas ocasiones que no quiso que su teoría se percibiera «as a “graphical method” instead of a mathematical attack on the then prevailing Automata Theory, based on arguments taken from modern Physics. Only some years later, I was bold enough to propose Net Graphics as one of the standard features, and they were greatly welcomed. Today, Net Graphics has become an important tool for knowledge transfer between disciplines». [C.A. Petri, ATLAS, Antalya, abril 2007.]

particular en UCLA, bajo el liderazgo de Gerald Estrin, que fue ingeniero en el grupo de John von Neumann en el periodo 1950-1956, con contribuciones, por ejemplo, de Winton Cerf, uno de los padres de Internet (premio Turing 2004).

El porqué de esa atención a las *redes de Petri* (RdP), denominación que introdujo Holt, y a otras teorías para la descripción y el análisis de los sistemas concurrentes en la otra orilla oceánica en la década constituida por el segundo lustro de los años sesenta y el primero de los setenta tiene una razón de peso: el adelanto de la industria y los servicios, las necesidades (pre)sentidas para el desarrollo de la informática y de nuevas ramas para la teoría de sistemas.

Se puede decir que el *retorno* de las RdP a Europa, principalmente a Francia y Alemania —donde siempre se mantuvo actividad—, se produce casi a mediados de los setenta. Si hubiera que tomar un punto como referencia de la primera madurez de la aproximación que nos ocupa, resulta indiscutible el primer *Advanced Course* celebrado en Hamburgo en septiembre de 1979, que dio lugar a un volumen histórico [Brauer80]. En su prefacio, Wilfried Brauer señala con claridad las nuevas necesidades como argumento indiscutible para invertir esfuerzos en esta teoría:

Complex organizations and their behaviors cannot be adequately described by classical sequential system models; the problems related to concurrency of actions of different subunits, to conflicts between local and global goals, to limitations of resources, to different levels of exactness of descriptions [...] necessitate new approaches.

En este punto interesa señalar la existencia de visiones alternativas en el desarrollo de la disciplina desde aquellos tiempos, una más vinculada al pensamiento informático del momento, otra planteada en el más abierto campo de la teoría de sistemas:

In contrast to the work of Petri, Holt, and many European researchers, which emphasizes the fundamental concepts of systems, the work at MIT and many other American research centers concentrates on those mathematical aspects of Petri nets that are more closely related to automata theory [...]. This mechanistic approach is quite different in orientation from the more philosophical approaches of Holt and Petri. [Peterson77: 227]

Dicho esto, es muy significativo lo que Holt y Commoner habían declarado años antes:

Perhaps we are closest in spirit to operations research techniques, but with an insistence on conceptual economy and rigor more common in purer branches of mathematics. Also, it is necessary that our descriptions be built up part by part in analogy to the way in which the systems being described are built up part by part. [HoCo70: 4]

A contracorriente de la línea más *informática*, Petri insistía persistentemente en que la aproximación basada en *lenguajes formales* (en el sentido de la teoría

de autómatas), empleando la bien conocida jerarquía introducida por Noam Chomsky que distingue niveles de generalidad, no era apropiada para establecer la expresividad de los sistemas representados con redes. La idea es que considerando visiones secuencializadas no se proporciona información explícita acerca de la concurrencia y la distribución del sistema modelado. Informalmente, si se carece de algún tipo de *isomorfismo* entre el sistema descrito y el modelo se dificulta la *fidelidad* y la *comprensibilidad* de las construcciones formales.

A este cuadro impresionista y dramáticamente simplificado hay que añadir la existencia en Estados Unidos de trabajos complementarios como los de Richard M. Karp y Raymond E. Miller, que introdujeron alrededor de 1967 los *sistemas de adición de vectores* (SAV), una «estructura geométrica simple» conveniente para resolver determinados problemas de decisión sobre propiedades como la determinación, la acotación o la terminación (véase, por ejemplo, [KaMi69]). La similitud de los SAV y las RdP con pesos en los arcos (inicialmente llamadas *generalizadas*) se percibió muy pronto, aunque no se explotó de manera sistemática hasta unos años más tarde.

En la década de 1970 Robin Milner centró su enfoque en los sistemas discretos concurrentes en las «interacciones de los componentes más pequeños» [Milner80], uno de los pasos más importantes de la definición de las *álgebras de proceso* (AdP). En otras palabras, Milner prestó atención preferente a un proceso *modular* de construcción del modelo concurrente. Por otra parte, aunque más informático que Petri, igualmente rechazó la posibilidad de limitar su enfoque a los sistemas informáticos, buscando también una cierta minimalidad en el número de conceptos básicos. Galardonado en 1991 con el premio Turing, en esa ocasión Milner reconoció explícitamente que varias de las cuestiones que le preocuparon habían sido previamente comprendidas por Petri en los años sesenta, del que dijo que

pioneered the scientific modeling of discrete concurrent systems. Petri's work has a secure place at the root of concurrency theory. He declared the aim that his theory of nets should – at its lowest levels – serve impartially as a model of the physical world and in terms of its primitive *constructions*. What I always wanted to advance, to complement Petri net theory, is the synthetic or compositional view of systems which is familiar from programming. [Milner93: 81-82]

La visión propuesta por Milner fue algebraica, composicional, perspectiva que análogamente ha ido integrándose en la teoría de RdP. En diversos trabajos sobre redes se utiliza igualmente lo que se puede denominar *arquitectura* del modelo, es decir, la traza de su construcción.

Mientras que la bipartición a nivel del grafo es una característica sobresaliente de la aproximación de Petri, este no es rasgo (explícitamente) presente en la de Milner. Sin embargo, la utilización de grafos bipartidos no era una peculiaridad

exclusiva de las RdP. A principios de los años sesenta otras aproximaciones al modelado también los empleaban. Por ejemplo, en las *redes de colas* (QNs), las *colas* —como los lugares en las RdP— son contenedores de clientes, mientras que los servidores en las *estaciones* (las transiciones) proporcionan los servicios. Adicionalmente, en los *diagramas de Forrester* (1961), también significativamente conocidos como *stock and flow diagrams*, las *existencias* —*almacenes* o *depósitos*— desempeñan el papel de lugares o colas, y los *flujos* están controlados por *válvulas*, las cuales realizan el papel de las transiciones o estaciones. Los valores del estado son los *niveles*, mientras que los flujos pasan a través de las *válvulas*. Introducidos para modelar *visiones* continuas, los diagramas de Forrester no ofrecen posibilidades para percepciones discretas atemporalizadas. Tanto las redes de colas como

- los diagramas de Forrester describen evoluciones en un marco explícitamente temporizado, lo que los diferencia de las RdP. De hecho, Petri trató siempre de abstraer la consideración cuantitativa del tiempo. Se puede decir que ello se enraíza en una *posición de humildad*, al no aceptar un tiempo universal, al no ser capaz de ordenar los tiempos relativos de transmisión y procesamiento en sistemas complejos, etc.
- las RdP pueden ofrecer *visiones relajadas* (con menores niveles de exactitud o fidelidad en las descripciones), a las que se llega mediante la operación de *fluidificación*. Ello permite que ciertos análisis sean computacionalmente viables, aunque el precio que se ha de pagar por ello es el de una potencial *pérdida de fidelidad* representativa.

El papel de pionero de Carl Adam Petri, a quien se debe la siembra del primer árbol del denso y extenso bosque hoy existente, ha sido reconocido en diversas ocasiones. Entre estas se pueden entresacar las siguientes (y conviene apuntar que todas pertenecen al ámbito de las ciencias de la ingeniería): la Konrad Zuse Medal (1993), el Werner von Siemens Ring (1997), el doctorado *honoris causa* por nuestra Universidad de Zaragoza (1999, en representación de *la información*, uno de los tres pilares básicos de la técnica, junto con la materia y la energía), la Orde van de Nederlandse Leeuw (2003) o el Computer Pioneer, concedido por la IEEE Computer Society (2008)

for establishing Petri net theory in 1962, which not only was cited by hundreds of thousands of scientific publications but also significantly advanced the fields of parallel and distributed computing.

El Werner von Siemens Ring, otorgado cada tres años, es uno de los más apreciados reconocimientos en las disciplinas técnicas en Alemania. En el elogio de la ceremonia de entrega, la profesora Eveline Gottzein dijo que

Petri nets brought engineers a breakthrough in their treatment of discretely controlled systems. Petri nets are a key to solve the design problem, as this is the first technique to allow for a unique description, as well as powerful analysis of discrete control systems. Based on Petri nets, it is now possible to formulate system invariants for discrete systems.

Obsérvese, en la terminología empleada en esta última cita, algo que ya avanzamos: su contribución se enmarca más en la teoría de sistemas y la automática, que en la informática propiamente dicha.

3

LAS REDES DE PETRI: ENTRE FUNDAMENTOS Y VALORACIÓN

Existe una abundante literatura de introducción a las RdP. Por pertenecer al grupo de los textos pioneros a nivel internacional, con tres venerables décadas cumplidas sobre sus espaldas, y por haber sido puerta de entrada a la disciplina en España, mencionamos al pasar nuestra monografía *Las redes de Petri en la Automática y la Informática* (AC, Madrid, 1985).¹⁶ El prefacio, que no leía desde hace décadas, recuerda su primera acogida en medios informáticos y su difusión a la automática, así como la prevalencia de un hacer práctico previo a desarrollos teóricos adecuados. Se decía:

Del mismo modo que en otros muchos dominios científicos, las aplicaciones industriales de los sistemas secuenciales no aguardaron al desarrollo de una teoría para su utilización práctica. Revestían un carácter puramente intuitivo. Posteriormente, en el marco de problemas de pequeña dimensión, las representaciones tabulares de los sistemas secuenciales conocieron numerosas aplicaciones. Gracias a su generalidad, estas constituyen hoy en día una excelente herramienta para la comprensión de las propiedades de los autómatas. No obstante, los problemas secuenciales industriales, al complicarse debido al crecimiento del número de las variables, aparecieron como más simples al nivel de las secuencias recorridas. Después de un cierto número de tanteos, se abordó hace algo más de un decenio la vía de las representaciones gráficas.

Los primeros trabajos de Petri datan de hace unos 20 años. Los informáticos los descubrieron hace un decenio, y los automáticos les siguieron algunos años después. [...]

En 1980, los conceptos estaban suficiente y claramente establecidos para que una obra pedagógica pudiera llevarse a cabo. [Javier Aracil & René Perret, enero de 1982.]

Valga asimismo como comentario preliminar decir que bajo semejante denominación hay toda una importante *familia* de formalismos, que determinan un paradigma de modelado, tema sobre el que volveremos.

¹⁶ Aunque publicado a comienzos de 1985, culminé su redacción en el otoño de 1981. La primera visión de conjunto sobre la enseñanza y la investigación sobre RdP en España es de ese mismo año y se refleja en [Silva81]. Desde un punto de vista industrial, en esos comienzos de los ochenta destaca la actividad de Standard Eléctrica-ITT, empresa con la que colaboramos intensamente en esa década.

Resulta imposible por completo trazar un panorama del dominio, por lo que nuestro objetivo aquí es solo situar algunos elementos como referencia. Empleamos para ello las *redes lugar/transición*, que, como se ha adelantado, por abuso generalizado del lenguaje, se suelen conocer simplemente como *redes de Petri* (RdP).

SOBRE LA RED Y EL SISTEMA (DISCRETO) AUTÓNOMO

Una *red de Petri (lugar/transición)* es una estructura definida como $\mathcal{N} = \langle P; T; \mathbf{Pre}; \mathbf{Post} \rangle$, donde P y T son conjuntos disjuntos de lugares y transiciones, respectivamente, y \mathbf{Pre} , \mathbf{Post} son las matrices de pre- y post-incidencia en los naturales, con $/P/$ filas y $/T/$ columnas. Si \mathbf{Pre} y \mathbf{Post} están definidas en $\{0,1\}$ se dice que la red es *ordinaria*. Los arcos ponderados permiten modelar servicios y llegadas en paquetes de dimensión prefijada.

Alternativamente, una red de Petri se puede definir como un grafo bipartido dirigido y ponderado, $\mathcal{N} = \langle P; T; F; W \rangle$, donde F es la relación de flujo (conjunto de arcos dirigidos) y W asigna a cada arco un peso en los enteros positivos. En el grafo bipartido, los lugares se representan como *círculos*, y las transiciones como *barras* o *rectángulos* (fig. 3.1).

$\mathbf{Pre}[p; t] = w > 0$ significa que hay un *arco* de p a t con peso o multiplicidad w , y $\mathbf{Post}[p; t] = w > 0$ representa un arco de t a p con peso w . Dado un nodo $v \in P \cup T$, se define $\bullet v$ ($v \bullet$) como el conjunto de sus nodos de entrada (salida).

Para que se represente un sistema dinámico hay que definir un estado inicial.

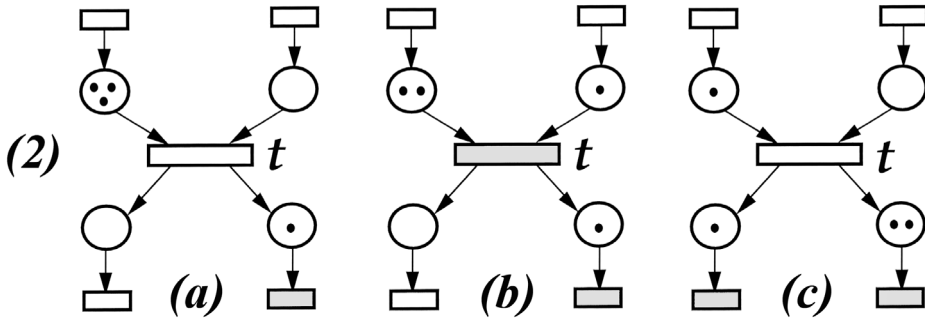
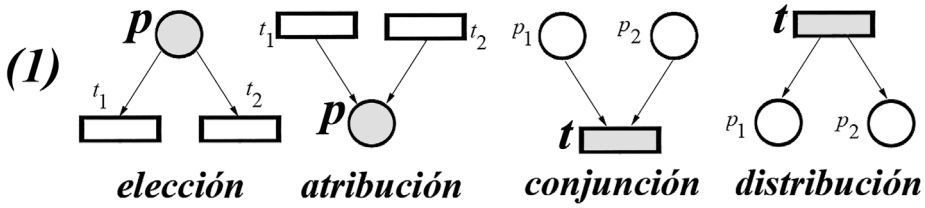
En el presente contexto, un *sistema dinámico* (o *red marcada*) $\langle \mathcal{N}; \mathbf{m}_0 \rangle$ está compuesto por una red de Petri \mathcal{N} (estructura) y un *marcado inicial* \mathbf{m}_0 definido en los enteros, que no es más que el estado distribuido inicial.

La evolución del marcado (estado) se basa en una *regla de disparo* que responde a una lógica de consumo/producción de recursos; se puede enunciar así: a pesar de que existan suficientes recursos, no tiene por qué (aunque se pueda) tener lugar la evolución.

Una transición t está *sensibilizada* en un marcado \mathbf{m} si $\mathbf{m} \geq \mathbf{Pre}[P; t]$ (i. e., existen suficientes recursos) y su disparo lleva a un nuevo marcado $\mathbf{m}' = \mathbf{m} + \mathbf{C}[P; t]$. Esto se denota como $\mathbf{m} [t > \mathbf{m}']$ y se dice que \mathbf{m}' es *alcanzable* (desde \mathbf{m}). El *espacio de alcanzabilidad* es el conjunto de marcados alcanzables desde \mathbf{m}_0 .

Dado un sistema $\langle P; T; \mathbf{Pre}; \mathbf{Post}; \mathbf{m}_0 \rangle$ con matriz de incidencia $\mathbf{C} = \mathbf{Post} - \mathbf{Pre}$, si \mathbf{m} es alcanzable por el disparo de una secuencia $\sigma \in T^*$, es decir, si $\mathbf{m}_0 [\sigma > \mathbf{m}$, entonces $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{C}\sigma$, donde $\sigma[t]$ es el número de disparos de t en σ (el vector contador de disparos). A esta ecuación, con variables en los *naturales*, se la conoce como *ecuación fundamental* o, impropia pero muy frecuentemente como *ecuación de estado*.

Desgraciadamente, aun interpretando la ecuación anterior en los naturales, para que un marcado sea alcanzable la satisfacción de la ecuación fundamental es solo condición necesaria, no suficiente; los marcados que son solución de la ecuación pero no son alcanzables se denominan *espurios*.



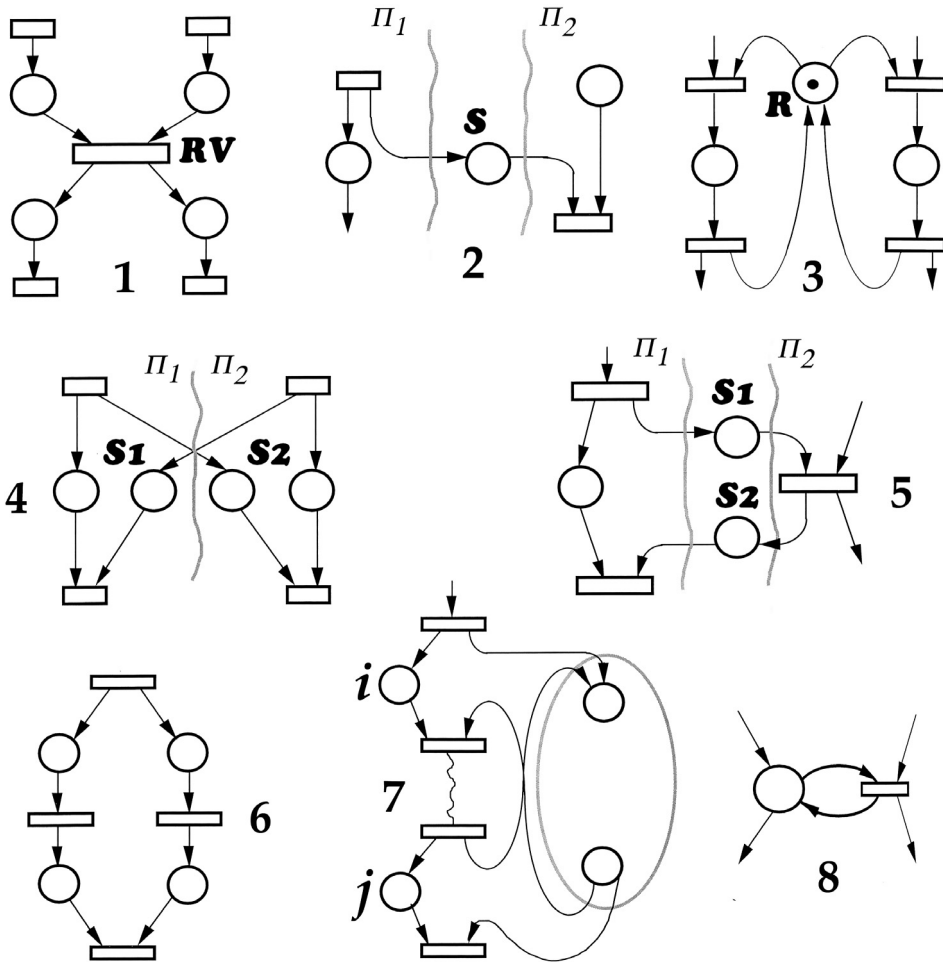
3.1. Construcciones básicas y disparo u ocurrencia de una transición.

(1) Alrededor de lugares, las dos primeras construcciones tienen *lógica O* (las marcas se evacúan por una u otra transición en la *selección* o *elección*; llegan por una u otra transición en la *atribución*); las dos últimas tienen *lógica Y* (en la *conjunción*, *sincronización* o *rendez-vous*, el disparo u ocurrencia de la transición exige marcas en los dos lugares de entrada; en la *distribución*, el disparo las coloca en ambos lugares de salida). Obsérvese la ausencia de la *negación*. Su inclusión (*arcos inhibidores*) es una extensión que permite a esas redes marcadas simular una máquina de Turing.

(2) Si los lugares de entrada de una transición tienen tantas marcas como los respectivos pesos de los arcos, se dice que está *sensibilizada*. Su *disparo u ocurrencia* es la operación que quita (consume) las marcas indicadas por esos pesos de la precondition y añade (produce) tantas como indiquen los pesos en la postcondición. La operación no corresponde a una lógica binaria, tampoco es monótona. En el caso *a*, la transición *t* no está sensibilizada, pero sí en el caso *b*. La fig. *c* muestra el efecto del disparo.

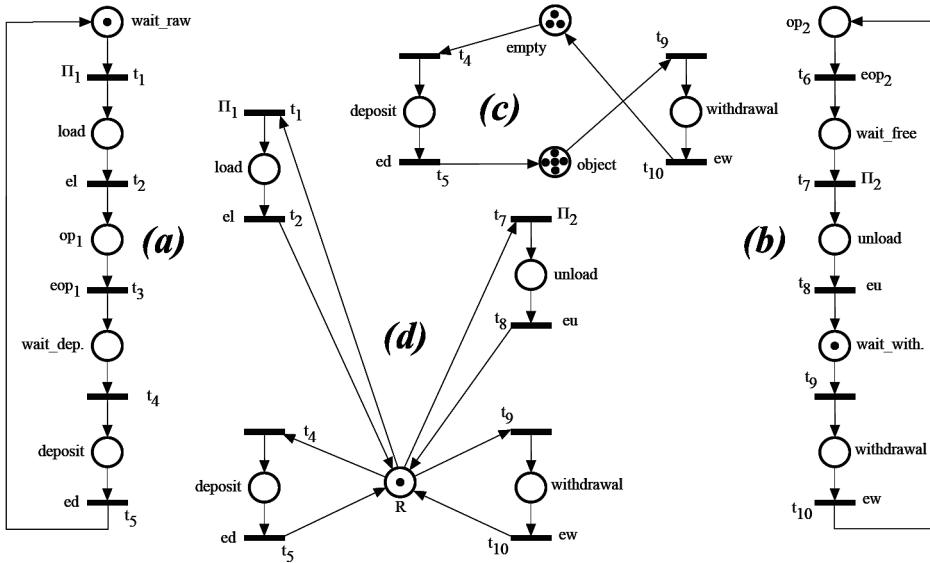
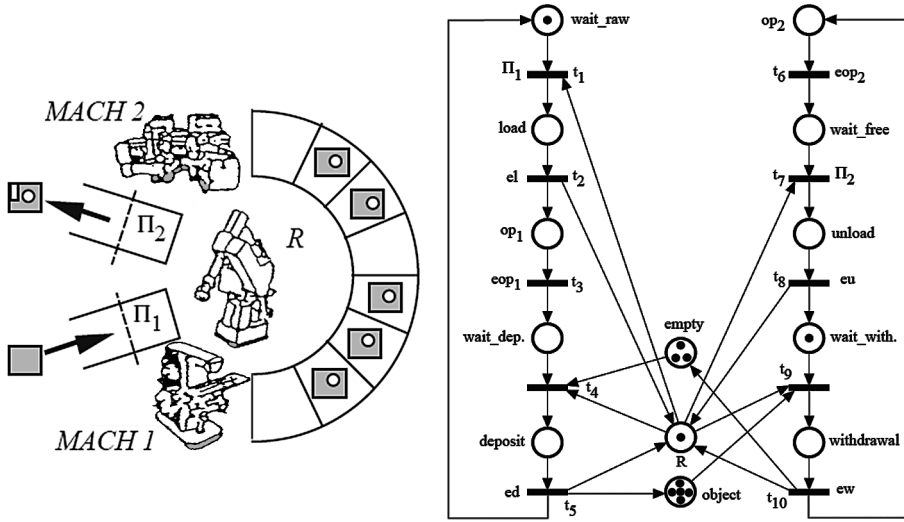
A pesar de su ingenuidad formal, con RdP se pueden representar *secuencias* y *decisiones* (por tanto, *iteraciones*), como en los autómatas de estados finitos, aunque con capacidad de *autoconurrencia*; también *paralelismos* y *sincronizaciones* (fig. 3.2), merced a *conjunciones* o *rendez-vous* (varios lugares de entrada a una transición) o a *pesos* no unitarios en los arcos, con los que se modelan paquetes de dimensión prefijada (*bulk services and arrivals*).

En suma, como se ha avanzado, con las RdP se pueden modelar muy directamente relaciones entrelazadas de *cooperación* y *competencia* (fig. 3.3, arriba). Entre las características relevantes de esta clase de modelos se encuentran las cuatro siguientes:



3.2. Esquemas básicos de sincronización. (1) *Conjunción (cita o rendez-vous)*. (2) *Semáforo (Dijkstra), S*. (3) *Semáforo de exclusión mutua*. (4) *Conjunción simétrica construida con dos semáforos*. (5) *Conjunción asimétrica (esquema maestro/esclavo)*. (6) *Distribución/conjunción (par-begin/par-end)*. (7) *Subprograma no recursivo ni reentrante* (los lugares i y j han de estar en exclusión mutua, para recordar el punto de retorno). (8) *Guarda o bucle elemental* (si el lugar está marcado, autoriza el disparo, sin consumir la marca). Además, los pesos en los arcos permiten representar la sincronización de varias copias del mismo tipo de elemento.

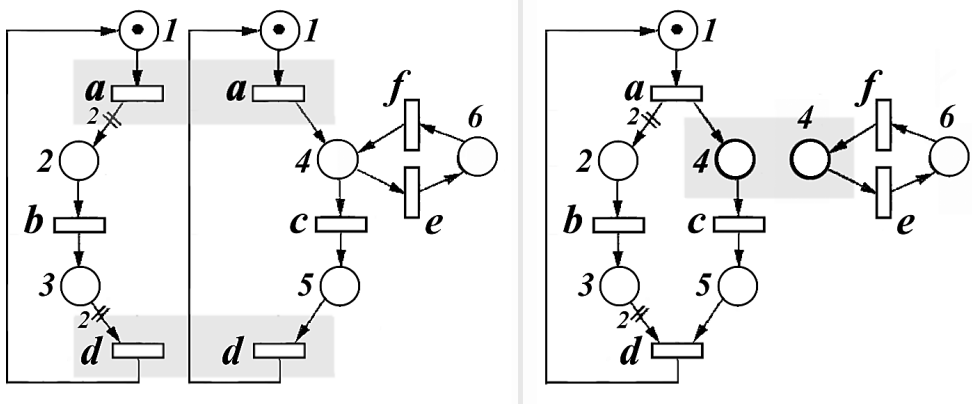
1. *Minimalidad en el número de primitivas*, cuestión que requiere un comentario. Conveniente en la construcción de un marco conceptual, se trata de algo que plantea compromisos entre las perspectivas del ingeniero y la del científico: la ingeniería aprecia una rica ontología, con variedad de conceptos, ya que la diversidad y la especificidad de las primitivas



3.3. Modelo básico de un sistema con relaciones de producción-consumo y de exclusión mutua [SiTeCo98]. Además de las cintas transportadoras de suministro y evacuación de materiales, los elementos básicos de la célula de producción son cuatro: las dos máquinas, el robot (subsistema de transporte) y el almacén de productos procesados por la máquina 1. En la parte inferior se muestran las cuatro *componentes conservativas* (subredes generadas por los *p-semiflujos mínimos*). Tres de ellas (*a*, *b* y *d*) son máquinas de estado secuencial. Cada uno de los cuatro genera un *invariante* (*ley de conservación de marcas*). A partir de las visiones descompuestas se puede demostrar propiedades (por ejemplo, la ausencia de bloqueos, o cotas en los tiempos de ejecución de un ciclo, si se conocen las duraciones medias en los disparos de las transiciones) o facilitar la realización cableada o programada que simule el modelo.

pueden ser convenientes con el fin de desarrollar modelos más concisos y elegantes. Ahora bien, por lo general, ello tiende a dificultar (¿imposibilitar?) el razonamiento formal y la construcción de teorías. Una solución ideal para conciliar capacidad de razonamiento y expresividad práctica consiste en disponer de un número mínimo de primitivas en base a las que construir otras más complejas. En este sentido, el formalismo básico de las RdP es bastante austero: tiene solo dos primitivas simples, *duales*, de alguna manera *ortogonales* (lugares y transiciones). Obsérvese que las colas (para clientes) y los depósitos (para recursos) se corresponden con los *lugares*; mientras tanto, las estaciones (donde se prestan los servicios), los encaminamientos, las ramificaciones (lanzamientos en paralelo, etc.) y las sincronizaciones atañen a las *transiciones*.

2. *Localidad y estructuración.* Con las RdP la descripción se realiza en términos locales (estados-lugares, y evoluciones-transiciones). La localidad de lugares y transiciones es piedra angular para la construcción de modelos, tanto por refinamientos (de arriba abajo, *top-down*) como modularmente (de abajo arriba, *bottom-up*, fig. 3.4). Refinamientos y modularidad pueden intercalarse, así como basarse en los estados o las acciones, debido a su tratamiento en pie de igualdad. Ello permite la construcción y estructuración *en equipo* de modelos complejos.
3. *No-determinismo.* Rasgo que es consecuencia de la mencionada posición de humildad, debido a nuestra propia ignorancia sobre el comportamiento temporal del sistema. El modelo es puramente lógico, no tempo-



3.4. Composición ascendente, mediante módulos. Consecuencia de la localidad de lugares y transiciones, dada su dualidad, los módulos se pueden componer englobando dos transiciones (*sincronización*) o dos lugares (*fusión*). Análogamente se pueden realizar operaciones constructivas *descendentes* o por *refinamientos sucesivos*, sustituyendo lugares y transiciones por subredes adecuadas. Obviamente, siempre es posible entremezclar sincronizaciones, fusiones y refinamientos.

rizado (*untimed*): no se define qué transición sensibilizada se dispara, ni cuándo se dispara (*i. e.*, todas las alternativas lógicas son posibles). A nivel conceptual, preocupado por cuestiones de implementación de diagramas de conmutación, o por la coordinación de los autómatas, de acuerdo con Carl Adam Petri, la adopción del no-determinismo se basa en la

injustificada confianza en retardos de tiempo precisos para la conmutación y la transmisión. La única solución a este dilema fundamental — según me pareció— era la total renuncia a escalas métricas exactamente estimadas y su sustitución por la sola confianza en principios combinatorios fundados en leyes naturales. [Carl Adam Petri, doctorado *honoris causa*, Universidad de Zaragoza, 15 de abril de 1999.]

En otras palabras, asumiendo una importante incertidumbre o imprevisibilidad temporal, el no-determinismo se puede entender como punto de partida para una forma de *obviar* el razonamiento temporalmente cuantificado sobre la dinámica de un sistema complejo, eventualmente distribuido. Esto llevó a buscar métricas especiales como la *distancia sincrónica*, cuantificación que, naturalmente, verifica los axiomas de simetría, no negatividad y desigualdad triangular. Según Petri, la distancia sincrónica era *la* métrica a emplear, medida de la dependencia entre los disparos de (subgrupos de) transiciones. Asociando ponderaciones a los disparos de las transiciones, esta distancia fue posteriormente generalizada. Sin embargo, en cooperación con Tadao Murata (University of Chicago), a finales de los años ochenta mostramos la existencia de dependencias sincrónicas no caracterizables con estas distancias. Por ello estudiamos conceptos como el de *equidad acotada* (*bounded fairness*).¹⁷

4. *Realismo temporal*. Consecuencia en gran parte de la localidad de estados y acciones, este realismo es crucial en la evaluación de las prestaciones, o de propiedades para los sistemas embebidos que funcionan en tiempo real, o en la determinación del control (supervisión, planificación, etc.), por ejemplo.

El enfoque axiomático de Carl Adam Petri condujo a los denominados *sistemas condición/evento*. En ellos las transiciones se conocen como *eventos*, mientras que los lugares (*condiciones*) pueden tener una marca como máximo (*i. e.*, son variables booleanas), y por tanto tienen espacios de estados finitos. Las *redes lugar/transición* (como se ha dicho, aquí RdP) constituyen una *extensión*, ya que los lugares son variables en los naturales, y por ello los modelos pueden tener un

¹⁷ Si dos transiciones están en *relación de equidad* (*i. e.*, el máximo número de disparos de una sin disparar la otra es finito), también están en *relación de distancia sincrónica* (*i. e.*, su distancia sincrónica es finita); la implicación inversa no es cierta.

número no acotado de estados; además, las RdP incorporan la asociación de pesos (en los naturales) a los arcos. El caso particular en el que el único peso es la unidad se denomina desde hace décadas redes *ordinarias*.

Limitándonos a observaciones secuencializadas de los disparos de transiciones (el lenguaje, la semántica de entrelazado), siempre es posible simular (implementar) una RdP merced a modelos ordinarios. A pesar de ello, varias razones justifican tratar con la generalización con pesos directamente en lugar de con sus *simulaciones ordinarias*: (1) los modelos son más concisos; (2) las transformaciones no preservan adecuadamente la semántica concurrente; y (3) las implementaciones comunes caen típicamente fuera de las subclases que gozan de resultados analíticos fuertes.

En su forma generalizada, las RdP pueden ser *redescubiertas* de diferentes formas. Entre ellas:

- Razonando por analogía con la ecuación de estado de los sistemas de variables continuas, lo que conduce a los *sistemas de adición de vectores*. (Una derivación se didáctica se puede encontrar en [SiTe96]).
- Mediante el uso de codificaciones particulares de *grafos de estado*, merced a variables locales (los lugares), pudiendo ser sintetizadas gracias a la teoría de *regiones de un grafo*.¹⁸ En definitiva, el problema de *síntesis* puede ser visto como el *inverso* del de la construcción del grafo de alcanzabilidad. Para sistemas acotados y sin bucles elementales (*selfloop-free*) es un problema computable en tiempo polinómico [BaDa98]. Paradójico en primera instancia, el problema de síntesis para una reformulación de los sistemas condición/evento denominada redes *elementales* es NP-completo [BaBeDa97].
- Utilizando el cálculo de secuentes (*sequent calculus*) de la *lógica lineal*, una lógica no monótona que pone énfasis en el papel de las fórmulas como recursos [Girard95]. Las RdP individuales forman modelos de lógica lineal de Girard. De hecho, la equivalencia entre la demostrabilidad de ciertos secuentes de la lógica lineal (sin las conectivas aditivas, es decir, utilizando el fragmento multiplicativo) y la accesibilidad en las RdP se ha apuntado de varias maneras. Una forma natural es denotar los marcados como monomios —los átomos lógicos son marcas— y los disparos de transición mediante fórmulas implicativas; una relación de accesibilidad entre marcados se expresa como un secuento que ha de ser probado [FaRiPrVa03].

¹⁸ Una *región* es un subconjunto de estados tal que las transiciones igualmente etiquetadas o bien todas entran, o todas pertenecen, o todas lo dejan, o todas permanecen fuera del aludido subconjunto. Regiones en grafos de estados y lugares en las RdP están en fuerte correspondencia. El denominado problema de *síntesis* de redes consiste en decidir si un autómatas finito determinista dado es isomorfo al grafo de alcanzabilidad de un sistema RdP y, si es el caso, construir este último.

La expresada confluencia de caminos que llevan a las RdP recuerda el tradicional «Omnes viae Romam ducunt». Sin pretender que esta clase de formalismos constituya capital de ningún imperio, ni estrella matutina, por aquello del también conocido «Sicut Venus lucet in aurora», cabe concederles, al menos desde la ingeniería, un papel de relevancia en la constelación de propuestas para modelar SED. Dicho esto, caben al menos dos observaciones:

1. A pesar de su ingenuidad formal, su *potencia expresiva* es importante, pues las RdP pueden describir de forma compacta sistemas de infinitos estados, constituyendo un *formalismo frontera*. Con esto último queremos decir que la mayoría de las propiedades básicas (alcanzabilidad, ausencia de bloqueos, existencia de estados de acogida, etc.) son decidibles, al tiempo que extensiones en apariencia pequeñas como añadir *arcos inhibidores* o *prioridades en el disparo de transiciones* las capacitan para simular a la máquina de Turing [Agerwala75, Hack75]; por consiguiente, se obtiene una notable expresividad, pero el coste es que muchos problemas se tornan *indecidibles*. Si lo que se añade son solo *arcos de puesta a cero* (*reset arcs*, que vacían el lugar al dispararse la transición), no se puede simular la máquina de Turing, pero la alcanzabilidad es indecidible [DuFiSc98].
2. Manteniendo la potencia expresiva, existen abstracciones que llevan a modelos potencialmente mucho más compactos (*abreviaciones*). No es posible esbozar el constantemente creciente catálogo de propuestas. Por su potencia práctica de modelado y simplicidad, con aplicaciones en multitud de dominios, valga mencionar solo una: las *RdP coloreadas* [Jensen92]. Informalmente, el tránsito de las redes lugar/transición a estas últimas se obtiene añadiendo información a las marcas (colores), definiendo tipos para los lugares y transiciones (como en los lenguajes de programación) y conectando lugares y transiciones mediante funciones lineales en los naturales. Si las redes lugar/transición se *figuran* como lenguaje *ensamblador*, las coloreadas son lenguaje *de alto nivel* (tipos y estructuras). Desde un punto de vista computacional, con las primeras hablaríamos de cálculos *numéricos*; con las segundas, de cálculos *simbólicos*. Se puede decir que la descripción con redes coloreadas aplica *por concepto* el conocido adagio «Divide y vencerás»: lugares y transiciones coloreados y su interconexión, por un lado, más los tipos y las funciones que etiquetan los arcos, por otro. En casos de fuerte simetría en el sistema, las abreviaciones que se obtienen pueden ser determinantes, pues a partir de los colores básicos es posible construir productos cartesianos (registros) de colores.

LAS BASES DE NUESTRA VISIÓN: APROXIMACIÓN ESTRUCTURAL Y ENTRELAZADO DE TEORÍAS

La construcción de modelos es un arte. Como tal, se suele basar en la creatividad, la intuición y la experiencia del diseñador, considerando bajo este último epígrafe el conocimiento de realizaciones que pueden aportar inspiración, con el que se acotan con carácter previo infinidad de posibilidades. Si el modelo es formal, dígase *matematizado*, las ventajas que se obtienen pueden ser sustantivas. La primera es una mejor comprensión del sistema, derivada de pensar cuidadosamente en el problema objeto de estudio, eliminando incompletitudes, inconsistencias o ambigüedades. Sin más, auténtica introspección (personal o no), ello suele ayudar a la identificación de propiedades e incluso al proceso de búsqueda de soluciones potenciales. En definitiva, los métodos formales coadyuvan a diseñar, a detectar errores lógicos (¡que pueden manifestarse como fallos tras miles o millones de operaciones!), a dimensionar para obtener determinadas prestaciones, a sintetizar observadores y controladores, a guiar —incluso a automatizar— la implementación (normalmente, la generación de código) y la documentación, etc.

Resulta interesante anotar que, en varias de las relaciones de cooperación habidas con empresas (con Alcatel o Siemens, por ejemplo), a esta fase le otorgaron los técnicos de la industria casi todo el rédito posible de la formalización. La simple existencia de un modelo formal les permitía mejorar significativamente la aprehensión de los comportamientos posibles en el sistema objeto de estudio. No obstante, importa resaltar que los modelos formales constituyen una base sólidamente fundamentada, suerte de *autopistas para el razonamiento* acerca del sistema en estudio, lo que conduce a una mayor confianza en el diseño. En efecto, si los errores se pueden detectar a medida que se introducen, se limitan los rediseños, reduciéndose costes y acortándose los plazos de entrega. Por otro lado, la formalización facilita los dimensionamientos, colaborando a la construcción de una mejor documentación, a facilitar la reutilización, etc.

Mis relaciones con las RdP se enraízan en los comienzos de la tesis doctoral, realizada en el entonces denominado *Laboratoire d'Automatique de Grenoble* (Institut National Polytechnique de Grenoble). Mi director y desde entonces amigo, el profesor René David, Directeur de Recherche en el CNRS, me propuso trabajar sobre la modernización en el diseño y la realización de automatismos lógicos. El punto de partida inicial eran los autómatas sincronizados como for-

malismo y su realización cableada modular con CUSA (*cellules universelles pour des séquences asynchrones*), unos ingeniosos biestables diseñados en su tesis de Estado que, digamos informalmente, mantenían las aleatoriedades *bajo control*. Haciendo balance del primer trimestre de investigación le propuse cambiar como formalismo a las RdP, sobre las que se podía leer, esencialmente, en una restringida literatura gris, y como medio de realización a *autómatas* (o *controladores lógicos*) *programables*, computadores especializados en el tratamiento de automatismos. Mis argumentos fueron la mayor capacidad descriptiva y las importantes posibilidades de verificación formal que ofrecían las redes, y la que ya se vislumbraba como imparable evolución hacia la lógica programada (microprocesadores, etc.).

Eran tiempos en que había pruebas contundentes de la verosimilitud de la bien conocida (aunque ahora rochemos su finito horizonte) predicción denominada *ley de Moore*, que establece la duplicación bienal, al menos, de la capacidad de integración de transistores. René David me concedió un lapso temporal para que le convenciera y, con el comienzo de 1976, rehicimos el programa de investigación. Por tanto, mi interés por las RdP arrancó en gran parte ligado a la exploración de sus posibilidades de implementación, aunque con foco no exclusivo en las técnicas programadas.

A iniciativa de Joseph Sifakis, premio Turing 2007, formamos equipo con Mohamed Moalla y dimos forma a la primera visión de conjunto sobre modelado, análisis y realización de automatismos lógicos [MoSiSi80]. Con las distancias debidas, nuestra monografía introductora de las RdP en la literatura española, gestada como notas para un curso de doctorado en esta universidad y otro curso en Sevilla, es en parte deudora de las experiencias comentadas.

La complejidad de los comportamientos de los SED, muchas veces paradójicos, contraintuitivos pese a cierta ingenuidad aparente, hizo que se incrementara progresivamente nuestra valoración de los métodos formales, un auténtico acervo cultural de la ingeniería. Ahora bien, se ha de decir con claridad que el uso de estos métodos implica costes iniciales, particularmente los derivados de barreras formativas, es decir, de origen educativo-cultural.

Consecuencia de lo comentado, nuestro interés por el análisis del comportamiento y la validación formal de modelos de SED fue creciendo. Valga apuntar a este respecto que tanto para ello como para la síntesis se utilizan en cooperación técnicas de *enumeración*, de *reescritura* (de transformación, no solo de reducción) y otras genuinas de carácter *estructural*. Incluso suponiendo finito el espacio de estados, las primeras suelen acarrear una enorme complejidad computacional, el bien conocido *problema de explosión de estados*, que alcanza a los formalismos relativamente expresivos (crecimiento explosivo de las necesidades computacionales, como resultado de potenciales evoluciones combinatorias). Un segundo problema de las aproximaciones por enumeración es que se consi-

deran visiones secuencializadas, siempre para una condición inicial prefijada.¹⁹ Las técnicas de reescritura suelen ser incompletas. Las estructurales, que solo en subclases reducidas de modelos dan condiciones necesarias y suficientes, se basan en las relaciones entre el comportamiento del sistema dinámico y la red (estructura) subyacente. Provisto con una condición inicial, como el modelo se puede presentar como *grafo bipartido valorado y dinámico* o como *sistema dinámico concurrente con estado definido en los naturales* (mediante la ecuación *fundamental*), en la teoría estructural de RdP se emplean argumentos derivados de la teoría de grafos y de la geometría convexa (eventualmente en los naturales). A lo dicho se ha de añadir la existencia de muy diversas técnicas de *simulación*, con las que, normalmente, se recorren caminos en el espacio de estados. En estas últimas, si se encuentra un problema (un bloqueo o una violación de exclusión mutua, por ejemplo), el diagnóstico está claro, pero, en caso contrario, normalmente poco puede decirse. En suma, ninguna aproximación es plenamente satisfactoria. La sinergia entre todas es, frecuentemente, esencial al atacar en la práctica los problemas de análisis y síntesis.

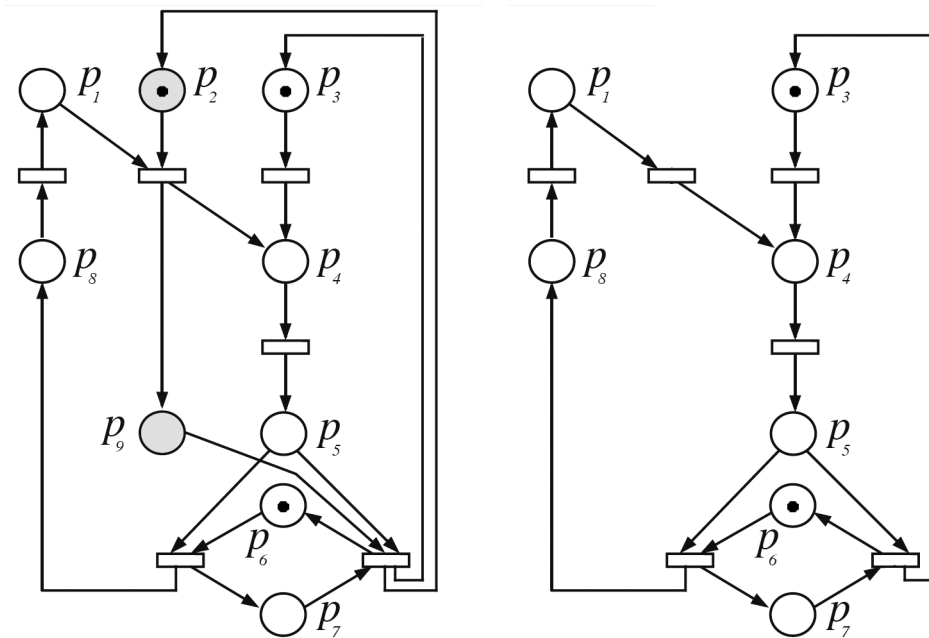
Aunque se ha trabajado en las diferentes direcciones enunciadas, nuestro interés principal ha girado en torno a las aproximaciones estructurales. En otros términos, el foco de nuestra investigación ha ido muy ligado al estudio de las relaciones entre la estructura de la red y la dinámica del sistema, los comportamientos estando obviamente parametrizados por el marcado inicial. Integramos en estos acercamientos las técnicas de reducción que operan a partir de estructuras bien definidas. Con ellas se han buscado comprensiones y certidumbres sobre los comportamientos de clases de modelos, no sobre modelos particulares con estructura y marcado inicial dados.

Las técnicas estructurales a las que hacemos referencia se pueden utilizar *per se* o en colaboración con otras, para mejorar las de enumeración o las de simulación, por ejemplo. En este ámbito se desarrollaron nuestras colaboraciones con el equipo de investigación sobre ingeniería de la programación concurrente, dirigido inicialmente por Félix Vidondo en Standard Eléctrica-ITT (después empresa integrada en Alcatel), lenguaje Galileo, para el que nuestro grupo desarrolló el conjunto de las herramientas *software* de análisis entre 1984 y 1990.

Nuestros dos primeros trabajos sobre el análisis concernieron a técnicas estructurales de reducción, los *macrolugares* y los *lugares implícitos*. Los primeros pueden ofrecer aminoraciones computacionales importantes (tanto a nivel de red como de espacio de estados alcanzables) en modelos con evoluciones locales secuenciales importantes. Un macrolugar es una subred reducible a un lugar pre-

¹⁹ Un tipo alternativo de aproximación enumerativa son los *despliegues (unfolding)*; insuficientemente desarrollada, consiste en generar trazas del comportamiento con paralelismos, es decir, no simplemente secuencializadas.

servando ciertas propiedades (por ejemplo, las básicas de limitación y vivacidad, eventualmente la reversibilidad); por tanto, una *abstracción* del subsistema. Los lugares implícitos parten de un concepto radicalmente diferente y nuestra motivación inicial fue la simplificación de los modelos.²⁰ Inicialmente se buscaba que su supresión no alterase las secuencias disparables (*i. e.*, que «jamás sea el único lugar que impida el disparo de sus transiciones de salida») y que, además, constituyese una superfluidez en el espacio de estado (de donde su marcado se ha de expresar en función del marcado de otros lugares del mismo modelo). Asumiendo la condición de redundancia en el marcado, el concepto de *implícito* presentado en [Silva85] generaliza el de *variable no-extrema* en geometría convexa (fig. 4.1), al que Gerard



4.1. Simplificación: eliminación de implícitos [Silva85]. Los lugares p_2, p_7 y p_9 son implícitos en el sistema inicial. El tercero no es *variable no-extrema*, según la terminología en geometría convexa. Si se elimina p_9 , entonces no se puede eliminar p_7 , pero p_2 sí. Es decir, p_7 y p_9 están en relación de incompatibilidad para la eliminación. (Alternativamente, se puede eliminar la pareja p_2 y p_7). En otros términos, se pueden eliminar dos de los nueve lugares, pero ninguno más. Si lo que se pretende es demostrar propiedades como limitación, vivacidad y reversibilidad, la red resultante es completamente reducible a un lugar marcado con un bucle elemental; por tanto, se cumplen trivialmente.

²⁰ Es decir, generar otros modelos con idéntico comportamiento, pero con menos lugares, por tanto menos costosos de realizar. Por ello en [Silva85] se introduce el concepto en el capítulo de simplificación (cap. 3), no en el de análisis (cap. 4).

Berthelot (Université de Paris) dio en llamar lugar *redundante*.²¹ Baste constatar que los lugares solo expresan restricciones a la disparabilidad de las transiciones. Por tanto, si un lugar nunca es la única restricción que impide el disparo de una transición, puede ser eliminado y el comportamiento secuenciado²² sigue siendo el mismo.

A comienzos de la década de 1980 la búsqueda de *invariantes* en los comportamientos potenciales de un sistema era un tema de gran interés. Los invariantes son importantes para la demostración de propiedades de *seguridad* y de *vivacidad*, términos aquí empleados en el sentido de la lógica temporal. Entre los invariantes en RdP sobresalen los generados por los *semiflujos* (vectores anuladores no negativos de la matriz de incidencia, de mínimo soporte y m.c.d. unitario), ya que engendran leyes de conservación de marcas o identifican repetitividades básicas en el comportamiento (los invariantes) y permiten identificar subredes de especial interés, las denominadas *componentes conservativas* (fig. 3.3, abajo) y *consistentes*.

La formulación de un algoritmo en 1981 para el cálculo del generador mínimo de semiflujos tuvo un eco interesante. Meses después y de forma independiente fue propuesta otra variante desde el pionero y potente equipo fundado y animado por Claude Girault en la Université Pierre et Marie Curie de París. Este algoritmo formó parte de la tesis doctoral de Javier Martínez (1984) y se integró rápidamente en los paquetes de análisis de modelos realizados por diversas universidades. Macrolugares, lugares implícitos y cálculo de semiflujos fueron temas considerados en la ya mencionada monografía [Silva85], pero las dos últimas cuestiones tendrían *sorpresas* que serían desveladas en la terminación de esa misma década. Sería en el marco de la tesis de José Manuel Colom (1989). La primera fue que, en esencia, el indicado algoritmo generador de semiflujos mínimos (que fueron identificados como *direcciones extremas de un cono*) tenía antecedentes, aunque en nuestro caso estaba dotado con un eficaz filtro algebraico complementario que eliminaba soluciones que nunca podrían ser de soporte mínimo. El primer precedente pudimos rastrearlo en un trabajo del prefecto napoleónico de Grenoble y egiptólogo Jean-Baptiste Fourier. Se trata del mismo personaje que aquí será bastante más conocido por su desarrollo en serie y transformada, temas de singular relevancia en el análisis matemático (particularmente en el armónico), y de indudable centralidad en el tratamiento de señales continuas, sean periódicas o no. Pero la propuesta de Fourier (*Question particulière du calcul des inégalités*, 1826) fue reinventada o perfeccionada con matices por otros matemáticos como Julius Farkas (1902) o Theodore Samuel Motzkin (1936),

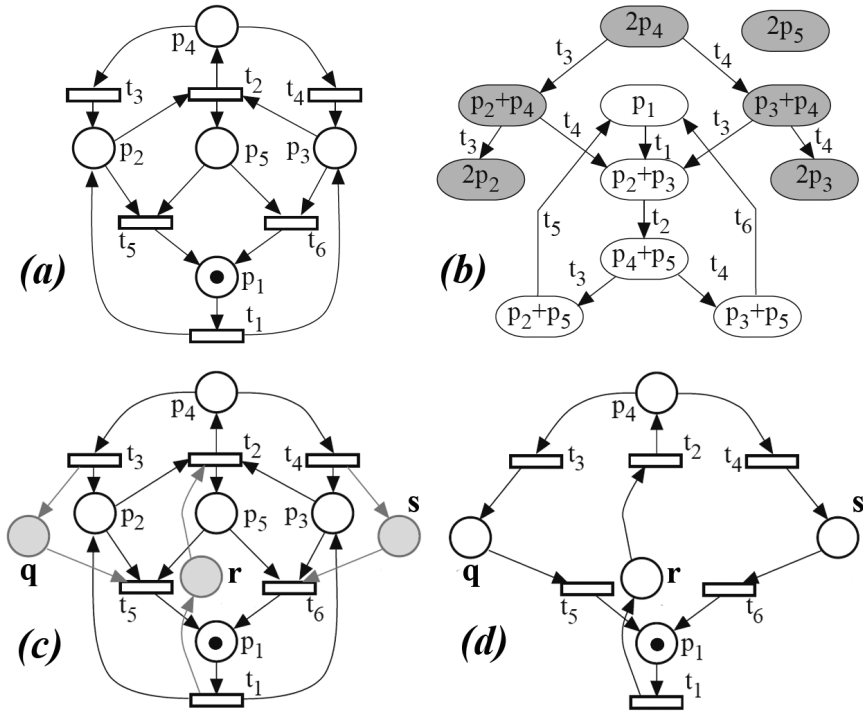
²¹ Generalizando, puede ser un lugar no limitado.

²² Se puede redefinir preservando propiedades más exigentes que el simple *lenguaje de disparos* del sistema. Por ejemplo, la autoconurrencia (semántica de pasos) o la finitud del espacio de estados.

y posteriormente redescubierta en diversas otras ocasiones, hasta en la década de los ochenta del pasado siglo. Con frecuencia, al núcleo del algoritmo se le conoce hoy como *eliminación de Fourier-Motzkin*. Empleándolo se puede demostrar el *lema de Farkas* (1902), lo que lleva a los *teoremas de las alternativas*, donde con variantes menores, referidos a sistemas homogéneos, se encuentran en esencia *codescubiertos*, por ejemplo, los teoremas de Gordan (1873), Stiemke (1915) y Ville (1938).

La segunda *sorpres*a derivó de la mayor potencia simplificadora de los lugares implícitos frente a los redundantes. Por un lado, se planteó su cálculo como un único problema de programación lineal (PPL), lo que significa complejidad computacional polinomial (en la práctica, casi lineal con RdP por ser muy dispersas, casi vacías, sus matrices **Pre** y **Post**). Por otro, si las *ecuaciones redundantes*, las *variables nulas* y las *variables no-extremas* forman un conjunto reductor *completo* en sistemas de desigualdades lineales, la cuestión era ¿cómo puede ser que los lugares implícitos sean más potentes que los redundantes? Si la adición de un lugar implícito pero no redundante tiene efectos sobre el conjunto de soluciones descritas por la ecuación fundamental, la única alternativa posible era que cortase soluciones algebraicas que no fueran marcados alcanzables en la RdP, soluciones que pasamos a denominar *espurias*. Dicho de otro modo, la adición de lugares implícitos no redundantes (*i. e.*, la variable $\mathbf{m}[p]$ no es *no-extrema*) tiene propiedades secantes que mejoran la caracterización lineal del espacio alcanzable en la RdP. La importancia de la eliminación de soluciones espurias radica en que estas son precisamente las que impiden que las técnicas algebraicas basadas en la ecuación fundamental proporcionen condiciones necesarias y suficientes en el análisis. No obstante, se ha de señalar que determinadas subclases de sistemas (por ejemplo, los grafos marcados fuertemente conexos y vivos) no tienen soluciones espurias, y que otras subclases, aun teniéndolas, carecen de bloqueos espurios, lo que facilita el estudio por técnicas lineales de su ausencia.

Añadiendo lugares implícitos, en diversidad de casos se pueden cortar todas las soluciones espurias (fig. 4.2), pero esto es imposible en general. Sirva como intuitiva metáfora la peladura de una fruta o el efecto producido por los *cortes de Gomory* cuando se trata de encontrar la envoltura entera convexa de un sistema lineal de desigualdades. Ocurre aquí que los cortes eliminan las soluciones que vacían una trampa inicialmente marcada de la red. Concepto que se define viendo a la RdP como grafo bipartido, *trampa* es un subconjunto de lugares cuyas transiciones de salida (descendientes) están incluidas en las de entrada; es decir, los puntos de entrada de marcas incluyen a los de salida, por lo que definen otra clase de invariantes de marcado diferente de los generados por los p-(semi)flujos, en este caso unos *predicados estables*: una trampa marcada nunca se puede vaciar por completo. El corte máximo se obtiene buscando un punto fijo en el



4.2. Soluciones espurias y cortes [SiTeCo98]. El grafo de la fig. *b* tiene por nodos las soluciones enteras de la ecuación fundamental (de transición de estados) del sistema de la fig. *a*. Los marcados sombreados en gris son espurios (*i. e.*, no alcanzables, por tanto, no se puede decidir sobre la ausencia de bloqueos, puesto que hay tres, todos espurios). Los lugares implícitos (*i. e.*, que no alteran el funcionamiento) *q*, *r* y *s* (*c*) cortan todas las soluciones espurias (por ejemplo, *s* elimina las espurias $2p_4$, p_2+p_4 y $2p_3$). La adición de los lugares *q*, *r* y *s* hace que p_2 , p_3 y p_5 sean implícitos y por tanto se puedan eliminar (véase el último sistema en la figura).

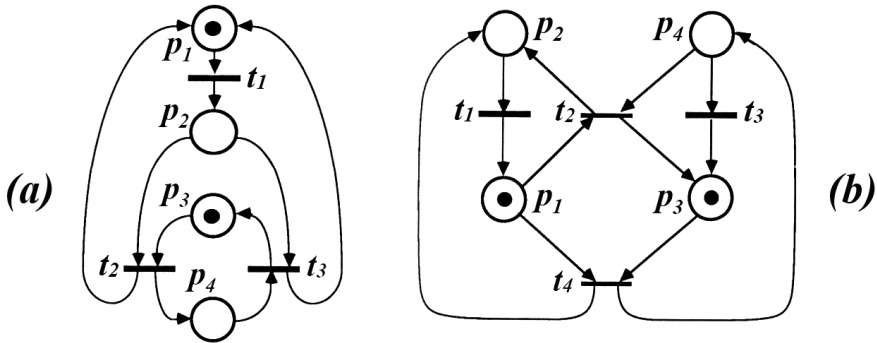
proceso de adición de implícitos, pues estos permiten crear nuevas trampas.²³ Dicho esto, como el sistema lineal define un convexo pero los espacios de alcanzabilidad pueden ser no convexos, es posible que queden soluciones espurias de la ecuación. En resumen, es pócima incompleta: mejora pero no cura, aunque hay amplias subclases de redes para las que sabemos que es medicamento insuperable. Con posterioridad se constató que la determinación del mínimo marcado que hace implícito un lugar es un problema NP-completo, incluso para redes de *libre elección*²⁴ vivas y binarias (1-limitadas).

²³ El soporte de un *p*-semiflujo define una trampa. Lo contrario no es siempre cierto.

²⁴ Redes ordinarias en las que se tienen *juntas pero no revueltas* decisiones y sincronizaciones; es decir, en un punto dado, o se sincronizan procesos mediante *rendez-vous*, o en *elecciones* se toman decisiones, pero no se pueden tener ambas cosas simultáneamente.

Corresponden también a esos años esfuerzos para ampliar la *teoría de sincronía*, una rama de la *teoría general de redes* dedicada al estudio de las dependencias en los disparos de transiciones. Jugaba en esta un papel fundamental el aludido concepto de *distancia sincrónica*, inicialmente propuesto por Carl Adam Petri, con quien intercambiamos consideraciones al respecto en diversas ocasiones. De hecho, en el volumen especial a él dedicado con motivo de su sexagésimo aniversario, *Concurrency and Nets*, que le fue entregado en Zaragoza en junio de 1987, mi *obsequio* personal fue un trabajo sobre este tema [Silva87]. Además de la generalización con diversos conceptos como el mencionado de *equidad acotada* (*bounded fairness*, fig. 4.3), se consolidó el puente entre la teoría estructural de RdP y la *geometría convexa – programación lineal*, aproximación que presenta un buen compromiso entre las propiedades que son posibles de analizar y la eficiencia de los algoritmos correspondientes. Además, ello condujo a fundamentar el vínculo entre la *dualidad* en esta rama de las matemáticas y las RdP, lo que permitió el establecimiento de interpretaciones duales de una misma propiedad (por ejemplo, una distancia sincrónica) en función de lugares o en término de transiciones. Generadores de economías, las dualidades, como las simetrías, encierran indudablemente una gran belleza.

Si la teoría de RdP se inicia sin concepto explícito y cuantitativo de tiempo, ya en la década de los setenta se evidencia la imposibilidad de tratar muchos problemas de ingeniería en los que es esencial determinar *prestaciones* u horquillas tem-



4.3. Sobre sincronía en los sistemas autónomos (no temporizados) [Silva87].

(a) Para que la *distancia sincrónica* entre t_1 y t_2 sea finita, tiene que estar ponderada en relación 1 a 2.

(b) t_1 y t_4 están en relación de *equidad acotada* (o *sincrónica*), pero no existe ponderación que conduzca a una distancia sincrónica finita (es decir, la distancia sincrónica no capta la consideración de esa dependencia en los disparos). **[Observación:** la *equidad local* (toda solución en un conflicto que se presenta infinitas veces ocurre infinitamente) en el sistema (b) no implica la *equidad global* o *imparcialidad* (en toda secuencia infinita, todas las transiciones aparecen infinitas veces), ya que la secuencia $t_4 t_1 t_3$ se puede repetir *ad infinitum* sin que t_2 haya sido nunca sensibilizada.]

porales para operar en *tiempo real*. Son significativamente diversas las maneras en que se ha introducido explícitamente un tiempo cuantitativo (por ejemplo, asociándolo a las transiciones, a los lugares, a los arcos, como etiquetas a las marcas, etc., todo ello en forma determinista, estocástica, con intervalos, borrosa, etc.). Muy informalmente, las RdP estocásticas *se pueden ver* como *redes de colas con elecciones y sincronizaciones*. El cálculo de prestaciones de estos modelos temporizados se preocupa de índices tales como tiempos de ciclo, tasas de utilización de recursos, longitudes de las colas en espera de servicios, etc.; es decir, de la evaluación de la *eficiencia temporal*. Las propiedades temporales también pueden ser de carácter *cualitativo*, como lo es la ergodicidad o la monotonía de prestaciones (esta puede formularse con respecto al marcado o a las tasas de disparo, por ejemplo).

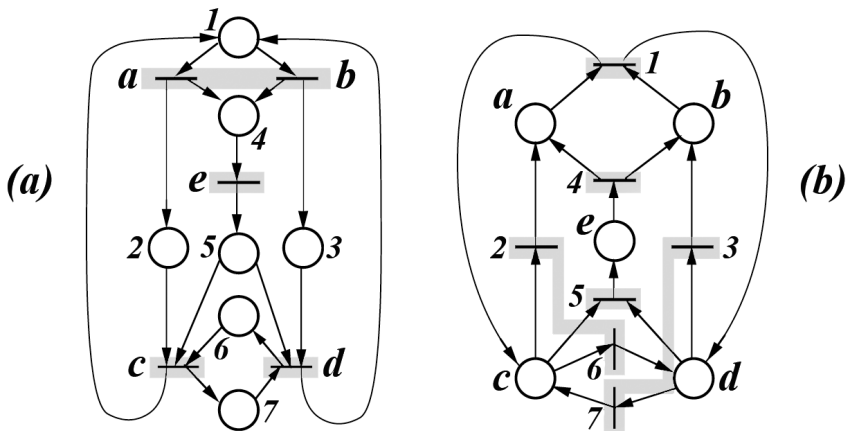
La situación era que existían elementos de una teoría de análisis para los modelos autónomos (con la *corrección* como bandera) y otra incipiente teoría, casi disjunta, para los modelos temporizados (con la *eficiencia* como estandarte). La pregunta era: ¿es posible aprender de la teoría estructural de sistemas autónomos para derivar propiedades de los temporizados, y viceversa? Dicho de otro modo: ¿se pueden construir puentes entre estas teorías? ¿Es posible la sinergia?

Buscando aliviar en la práctica la complejidad computacional inherente, los temas de prestaciones los comenzamos a desarrollar con Javier Campos, matemático formado en el entorno de nuestro añorado Miguel San Miguel, que vino a realizar su tesis en ingeniería informática (1990). Inicialmente intentamos un matrimonio entre la teoría de RdP y la de *martingalas*, a la que Miguel estuvo siempre tan afecto. No obstante, en la margen izquierda del Ebro terminamos adoptando una estrategia más calculista, al tiempo que la línea anterior quedó en manos de Fernando Plo, que realizó su tesis en esta facultad (1991) con San Miguel.

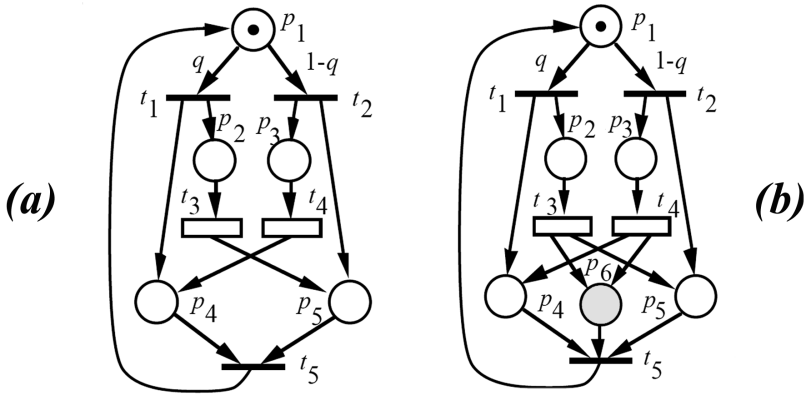
En el cálculo de prestaciones caben, simplificando, tres estrategias de acercamiento con base estructural: (1) el cálculo de cotas, superior e inferior; (2) el cálculo aproximado; y (3) el cálculo exacto. Cura de humildad, porque realmente «las uvas están verdes», empezamos por el cálculo de cotas. Comenzamos entrelazando técnicas de la teoría estructural de RdP y de *análisis operacional* (insensibles a las distribuciones de los procesos estocásticos). Con la colaboración inicial de Giovanni Chiola, entonces joven investigador de la Università di Torino que nos visitó en varias ocasiones, nos concentramos inicialmente en el cálculo de *cotas superiores de prestaciones* mediante PPL, basándonos en la ecuación fundamental. En realidad, para determinar tiempos para el disparo de una transición habría de calcularse *la esperanza del máximo* de dos o más variables temporales (en las conjunciones o *rendez-vous*), pero el cómputo se relajó en *el máximo de las esperanzas*, que, como es sabido, es cota inferior (por ello el flujo o caudal es optimista). Su determinación nos condujo a una clase inesperada de resultados cualitativos. En efecto, calculando la *ratio de visita* en el disparo de transiciones (concepto que importamos de la teoría de redes de colas) llega-

mos a un primer *teorema del rango* (fig. 4.4), condición necesaria para la vivacidad estructural (*i. e.*, la existencia al menos de un marcado que la haga viva) para cualquier RdP estructuralmente limitada (*i. e.*, limitada para todo marcado inicial). Además, resultados de este tipo se mostraron suficientes para algunas subclases, inicialmente las redes de libre elección. Además de ventajas computacionales derivadas, la aproximación mostraría parte de su potencialidad en la simplicidad y la capacidad de generalización a redes con pesos no unitarios en los arcos, tema sobre el que volveremos. Análogamente, se abordó la determinación no trivial de cotas pesimistas (introduciendo conceptos de autoconurrencia, cuantificando el cualitativo de *vivacidad* de una transición), así como la mejora de las cotas optimistas. Esto último merced a un entrelazamiento más intensivo entre la teoría estructural y el cálculo estocástico que nos ocupaba, buscando redes de colas embebidas con forma producto.

Si un lugar implícito corta soluciones espurias, su empleo en el cálculo de prestaciones ayuda a mejorar las cotas (fig. 4.5); por otro lado, si los semiflujos de lugares (p-semiflujos) permiten contemplar descomposiciones de un sistema, mejoramos las cotas empleando resultados de la teoría de redes de colas, básica-



4.4. Teorema del rango [ReTeSi98]. Las dos redes son duales (*i. e.*, se obtienen intercambiando lugares por transiciones e invirtiendo la dirección de los arcos). Ambas son *conservativas* (existe $\mathbf{y} > 0$ tal que $\mathbf{y} \cdot \mathbf{C} = 0$) y *consistentes* (existe $\mathbf{x} > 0$ tal que $\mathbf{C} \cdot \mathbf{x} = 0$), pero *estructuralmente no vivas* (*i. e.*, no existe un marcado inicial que las haga vivas). Sea CCI el conjunto de los *conflictos igualados* (subconjuntos de transiciones en los que todas las transiciones tienen idéntico $\mathbf{Pre}(t)$). Si el sistema $\langle \mathcal{N}, \mathbf{m}_0 \rangle$ es vivo y limitado, entonces \mathcal{N} (la estructura) es fuertemente conexa, consistente y *rango* (\mathbf{C}) $< /CCI/$ (los valores son: *rango* (\mathbf{C}) = 4, $/CCI_a/ = 4$, $/CCI_b/ = 5$). Con la *condición básica del rango* sobre la matriz \mathbf{C} (la cota superior deducida de la estructura de los conflictos en la red) se determina que la de la izquierda es estructuralmente no viva, pero nada se puede decir sobre la de la derecha. Para determinadas subclases de redes existen teoremas del rango que son condición necesaria y suficiente para la vivacidad estructural (por ejemplo, para las DSSP; véase, más adelante, la figura 4.6).



(a) $\Gamma^{(5)} \geq \max \{ qs_3, (1 - q)s_4 \}$

(b) $\Gamma^{(5)} \geq \max \{ qs_3, (1 - q)s_4, qs_3 + (1 - q)s_4 \} = qs_3 + (1 - q)s_4$

4.5. Mejora de la cota superior de prestaciones al añadir un lugar implícito que no es variable no-extrema [CaSi92]. La mencionada cota busca implícitamente la (una) componente conservativa más lenta (*i. e.*, el/un cuello de botella). La adición de lugares puede crear nuevos p-semiflujos, cerrojos, trampas, etc. La adición de p_6 crea el p-semiflujo $\mathbf{y} = (1, 1, 1, 0, 0, 1)$, por tanto una nueva componente conservativa, siendo el caso que la cota se mejora (en este sencillo ejemplo se obtiene el valor exacto). En el sistema se suponen *inmediatas* (*i. e.*, disparan instantáneamente) las transiciones t_1, t_2 (conflicto con probabilidades q y $1-q$) y t_5 .

mente al identificar redes del tipo Gordon-Newell embebidas y para las que eficientemente se pueden calcular prestaciones usando formas producto bien conocidas. En suma, el entrelazamiento de las teorías estructurales de redes temporizadas y no temporizadas mostraba su interés. La intuida sinergia entre teorías y métodos de cálculo se hacía patente, contribuyendo cada una al desarrollo de la otra. La informal *ecuación*:

$$RdP \text{ estocástica} = RdP + \text{temporización estocástica} = \text{red de colas} + \text{sincronizaciones}$$

no pretende más que suscitar en parte la idea subyacente de integración de teorías, de aumentar la sistematización del conocimiento, permitiendo coherencias, economías y sinergias en el estudio de esta clase de modelos de SED.

El análisis funcional y de prestaciones mediante técnicas lineales lo integramos en su forma primigenia en [SiCoCa92], y poco después dedicamos al tema del cálculo y la mejora de cotas de prestaciones un relativamente extenso trabajo en el volumen que cerraba el proyecto europeo DEMON (*DEsign Methods based On Nets*, 1989-1991) [CaSi92]. Abstrayendo, las principales ventajas del entrelazado se pueden sintetizar en cuatro epígrafes complementarios [Silva93]: (1) introducción de nuevos conceptos para el análisis de sistemas autónomos; (2) estableci-

miento de puentes entre propiedades lógicas y de prestaciones; (3) obtención de nuevos resultados para el análisis de propiedades lógicas en modelos autónomos; y (4) desarrollo de nuevas técnicas para el cálculo de prestaciones, gracias al uso de estrategias de descomposición estructural y de reducción.

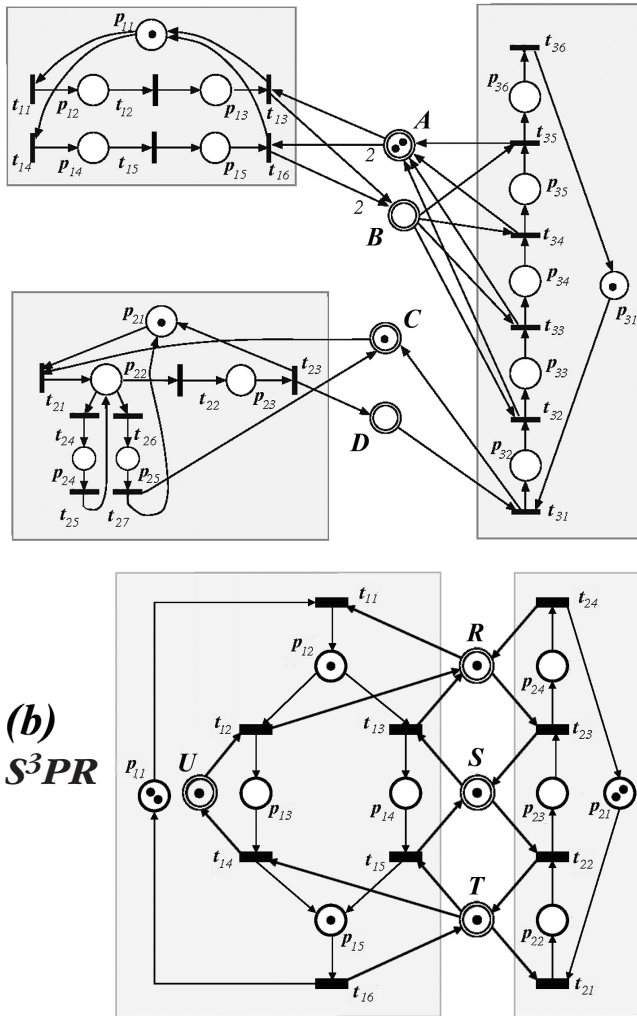
Si el lenguaje verbal es rico a la hora de establecer y matizar ideas, la evolución paralela de desarrollos ha de aparecer secuencializada, por lo que conviene aquí recordar que la teoría estructural de RdP tiene *otra pata* en su visión desde la teoría de grafos. Justamente esta aproximación fue la base del trabajo doctoral de Javier Esparza (1990), desde la *humildad* de considerar no las redes en su generalidad, sino una *subclase* muy especial de redes ordinarias a la que ya hemos aludido: las de *libre elección*, incapaces de describir la competencia por recursos compartidos. En efecto, en este marco ocurre como con las ecuaciones diferenciales, ordinarias y con coeficientes constantes: la capacidad de análisis puede crecer sustantivamente cuando nos circunscribimos a determinadas subclases restringidas de modelos. En este contexto se incorporaron a conceptos gráficos ya conocidos (circuitos, trampas, cerrojos, etc.) otros como *puentes* y *asas*. Lo más interesante fue el empleo entrelazado de las teorías de grafos y de estructuras derivadas de la geometría convexa, lo que llevó a nuevos puntos de vista y resultados. Constreñidos a las redes de libre elección, igualmente dentro del marco de DEMON, en [EsSi91] se proporciona una visión de conjunto del tema, tanto sobre el análisis como sobre la síntesis de modelos autónomos (no temporizados). Poco después, en su doctorado, Enrique Teruel Doñate (1994) extendió sustantivamente los resultados previos a redes no ordinarias, en general, y a otras importantes subclases. También se demostró que la ausencia de bloqueos es una propiedad que para redes estructuralmente limitadas se puede caracterizar merced a un único sistema lineal en los enteros. Para ello se introdujeron unas *funciones lineales de sensibilización*, una por transición sobre una red transformada (la transición se dispara si la función supera un umbral calculado). El empleo de esas funciones lineales, también interpretables en término de lugares implícitos, fue extendido con posterioridad a la mejora de técnicas de implementación programada y de simulación de modelos basados en RdP.

En la línea de extensión de resultados a subclases de redes más generales se conectó, posteriormente, parte del trabajo de Laura Recalde (1998), considerando algunas en las que priman las relaciones de *cooperación* frente a las de *competencia*. Entre estas, las DSSP (*deterministic systems of sequential processes*), formadas por procesos secuenciales conectados asíncronamente por lugares (*buffers*), que por un lado extienden la potencia descriptiva práctica de los semáforos de Dijkstra, pero por otro son de *destino privado* (*i. e.*, sus transiciones de salida pertenecen a un solo proceso, algo inherente a los sistemas realmente distribuidos) y, restricción, no condicionan las decisiones de los procesos secuenciales (fig. 4.6a). La idea subyacente a esta visión de los sistemas es considerar la

arquitectura del modelo, entendiéndose por tal una cierta traza de su construcción a partir de módulos elementales y su conexión. Esta idea se generalizó en una amplia clase de redes modulares y jerarquizadas, definidas recursivamente, en las que se admiten algunas formas limitadas de competencia. En línea complementaria sobre subclases modulares, en condiciones restringidas pero de enorme interés en la práctica, están los desarrollos en torno a una familia de modelos pensados para sistemas en los que prevalecen problemas de *asignación de recursos* reutilizables (máquinas, herramientas, almacenes, vías de transporte, etc.), es decir, relaciones de competencia. Estudiada con la participación entre otros miembros del grupo no mencionados como Joaquín Ezpeleta (1993), Fernando García Vallés (1999) y Fernando Tricas (2003), los S³PR (*systems of simple sequential processes with resources*, fig. 4.6b) definen una aproximación que ha visto diversas generalizaciones, motivadas inicialmente por problemas prácticos en sistemas flexibles de manufactura (FMS) [Colom03]. Estos resultados fueron aplicados posteriormente a redes de interconexión de multicomputadores o ingeniería de programación multihilos (cap. 13 en [SeSiSc13]). En otros términos, dado que la mayor complejidad en comportamientos se obtiene cuando se entremezclan relaciones de cooperación y competencia, convino el estudio de subclases de modelos en los que se produzca (o privilegie) uno u otro tipo de relación, *cooperación* en los DSSP, *competencia* en los S³PR y generalizaciones en ambos casos. En los primeros la comunicación/sincronización se realiza por *paso de mensajes*, mientras que en los segundos se hace empleando *monitores* (variables compartidas).

El análisis de propiedades como la vivacidad emplea intensivamente conceptos estructurales como el de cerrojo. Definido sobre la RdP vista como grafo, un *cerrojo* (*sifón* o *bloqueo estructural*) es un subconjunto de lugares cuyas transiciones de salida (descendientes) incluyen a las de entrada; es decir, es una trampa en la red inversa (la obtenida invirtiendo el sentido de los arcos). Como las transiciones de entrada están incluidas en las de salida, se define un nuevo tipo de *predicado estable* sobre los marcados: si un cerrojo se vacía, no se puede volver a marcar, lo que implica no vivacidad.²⁵ Una forma de establecer un control que impida su vaciamiento es la adición de lugares *estructuralmente implícitos* (*i. e.*, para todo marcado de la red se puede calcular uno para este que lo haga implícito) que no estén implícitos (*i. e.*, cortan soluciones alcanzables, justamente las que llevan a comportamientos indeseados). Estos lugares, *monitores*, implementan *exclusiones mutuas generalizadas* (GMEC, *generalized mutual exclusion constraints*). En este último tema se puso la primera piedra durante la estancia

²⁵ El soporte de un p-semiflujo define un cerrojo que no se puede vaciar (su marcado obedece a una ley lineal de conservación de marcas).



(a) DSSP

4.6. Subclases modulares de modelos: cooperación [ReTeSi98] o competencia [Colom03]. En los dos sistemas de la figura operan diversos agentes:

(a) En las DSSP (*deterministically synchronized sequential processes*) los tres agentes son secuenciales y *cooperan* asincrónicamente a través del paso de mensajes, mediante lugares de comunicación (*buffers*) como *A, B, C* y *D*, que son de *destino-privado* (*i. e.*, sus transiciones de salida pertenecen a uno único), y por tanto se trata de un modelo de sistema distribuido. Entre otras propiedades interesantes de esta clase de sistemas: el teorema del rango determina una condición necesaria y suficiente para la limitación y la vivacidad estructural; vivacidad equivale a ausencia de blo-

queos; si el sistema es vivo y limitado, no tiene bloqueos espurios; también la vivacidad es monótona (*i. e.*, se preserva) si se incrementa el marcado de los lugares que definen la interfaz.

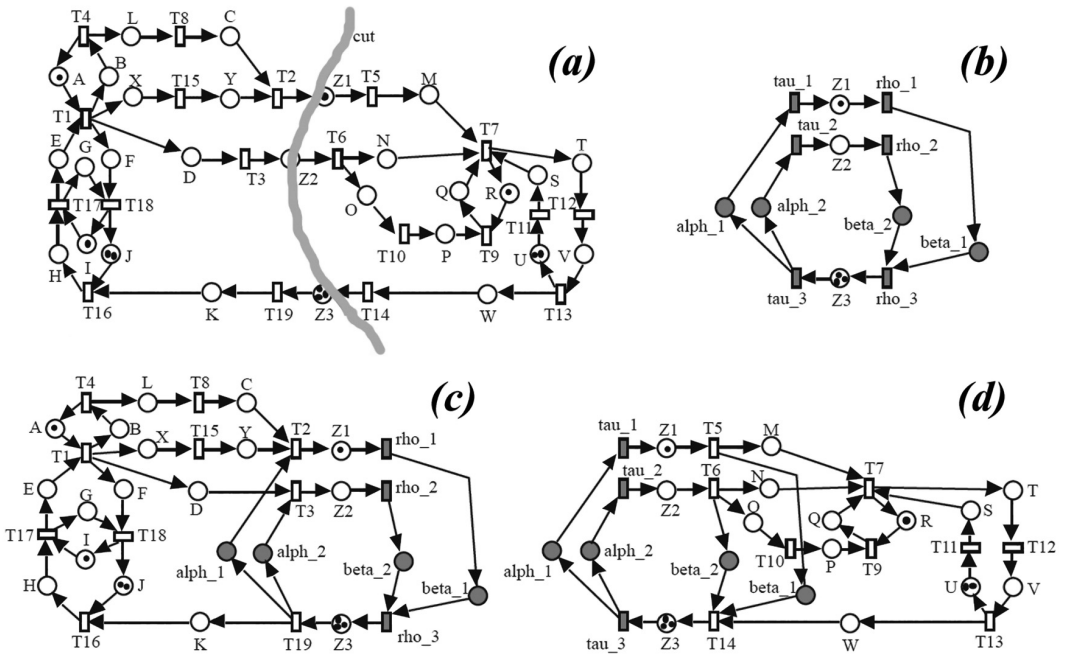
(b) En las S³PR (*systems of simple sequential processes with resources*) los agentes *compiten* por recursos (lugares *R, S, T* y *U*). Los agentes son máquinas de estados en los que todo circuito comprende un lugar *de reposo*. En el resto de los lugares (se denominan *de proceso* o *transporte*) solo se puede usar un recurso como máximo. La clase se define recursivamente fusionando submodelos a través de lugares que representan recursos. Estructuralmente limitado por construcción, un S³PR es vivo si no se alcanza un marcado en el que un cerrojo o sifón esté vacío. En las S³PR la ausencia de bloqueos no implica vivacidad y la vivacidad no es monótona con respecto al marcado, al tiempo que pueden ser numerosos los bloqueos espurios; todo ello viene a significar que presentan comportamientos más complejos que las DSSP. Ambas clases (DSSP y S³PR) han sido generalizadas, siendo más tratables las primeras, por lo que las segundas han dado lugar a una importante literatura. [Observación: Los lugares que sirven para establecer las sincronizaciones entre módulos se han representado con doble circunferencia tan solo con el objetivo de facilitar la legibilidad de los modelos.]

predoctoral en Zaragoza de Alessandro Giua (Rensselaer Polytechnic Institute, RPI, Troy, Nueva York; años después en la Università di Cagliari), permanencia derivada del sabático en nuestro grupo de Frank DiCesare, con quien iniciamos una intensa colaboración con esa universidad politécnica neoyorkina. Tarea enmarcable en el denominado *control supervisor* [RaWo89], la diferencia esencial con los trabajos seminales de Ramadge y Wonham reside en el uso de una aproximación estructural, no la basada en los lenguajes formales definidos por el disparo de las transiciones (visiones actualizadas de ambas aproximaciones se pueden seguir a partir de [SeSiSc13]). Puente adicional entre aproximaciones estructurales es que los generadores de la familia de trampas mínimas y de la familia de cerrojos mínimos, nociones definidas sobre el grafo de la RdP, se pueden calcular en tanto que semiflujos de soporte mínimo sobre una red transformada, estableciéndose con ello un fecundo vínculo entre estas dos familias de técnicas estructurales.

En cierto modo resumen parcial de lo alcanzado, en lo que se refiere a la teoría estructural de RdP autónomas (teoría de grafos y geometría convexa incluidos), son [SiTeCo98] y [ReTeSi98], el segundo centrado en parte en diversos teoremas del rango, unos proporcionando condiciones necesarias y suficientes para subclases de redes, y otros condiciones necesarias o suficientes para redes en general. Estas últimas, obtenidas a partir de resultados sobre subclases al emplear reglas de transformación como la *ecualización* (*equalization*) y la *liberación* (*release*).

En este ir y venir a través del tiempo, puesto que una secuencialización temporal estricta daría un confuso resultado, conviene recordar que, además de cotas, a comienzos de la última década del pasado siglo abordamos el cálculo aproximado de prestaciones. Central a este respecto fue inicialmente la tesis defendida en el RPI (Troy, Nueva York, 1992) por Hauke Jungnitz, con quien empezamos considerando los *grafos marcados* (RdP ordinaria sin elecciones o conflictos, ni atribuciones) para después generalizar a otras clases de modelos como las redes (ordinarias) *macrolugar-macrotransición*, generadas por refinamientos sucesivos. De nuevo aventura compartida con la teoría de redes de colas, en el marco de las RdP estocásticas estos desarrollos nos llevaron a considerar conceptos y técnicas como la *equivalencia de flujos* o la aproximación basada en *tiempos de respuesta*. Interesa resaltar que, una vez más, el uso de la teoría estructural de RdP fue intensivo y decisivo, desempeñando en este caso un papel especialmente relevante las técnicas de *descomposición-composición* de modelos, para lo que fue particularmente útil el varias veces mencionado concepto de *lugar implícito* (fig. 4.7). En esencia, la estrategia desarrollada es del tipo *divide y vencerás*, base de algoritmos eficientes para multitud de problemas, no solo de computación. La idea es, en un primer momento, *dividir* el sistema (red marcada) original en dos o más partes. Ahora bien, todo subsistema RdP, al eliminar las restricciones que le impone el resto, crece en comportamientos que serán espurios.

Por ello se buscó que aisladamente cada uno tenga por lenguaje de disparos la proyección del lenguaje total sobre sus transiciones. Ello se consigue en los grafos marcados añadiendo unos lugares implícitos en el modelo total (obviamente, que no cortan comportamientos originales). Descompuesto el modelo, las subsiguientes técnicas de *composición* para llegar al resultado apetecido son de naturaleza iterativa, buscándose en el cálculo un *punto fijo*. La condición de terminación se puede instrumentar directamente comprobando el *acuerdo* de las prestaciones estimadas por los *módulos* (i. e., visiones parciales, cada una compuesta de un subsistema original y los lugares implícitos en el modelo general que sean necesarios) obtenidos de la descomposición o armonizando el cálculo a través de una visión abstracta del sistema total (denominada *esqueleto básico*).



4.7. Descomposición de un grafo marcado estocástico y aproximación: búsqueda del punto fijo con esqueleto básico global [SiCa95].

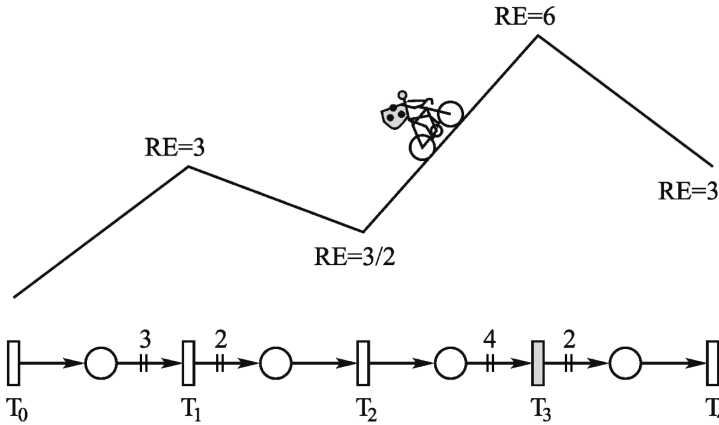
El sistema de la fig. a se corta a través de los lugares Z1, Z2 y Z3. El *esqueleto básico* (la visión *abstracta* del sistema original, fig. b, mantiene esos lugares y sus transiciones de entrada y de salida, completándose con los lugares sombreados (que han de ser implícitos en el modelo original, para conservar el lenguaje de ocurrencia de las transiciones). Las figs. c y d representan los módulos obtenidos al *cortar* el modelo original, tras fusionarlos-sincronizarlos con el esqueleto básico. Asumiendo distribuciones exponenciales, el cálculo aproximado de las prestaciones del modelo estocástico original se realiza iterando sobre los valores que ofrecen los dos módulos y el esqueleto básico. Con esta estrategia de relajación por descomposición-composición los tiempos de cómputo se reducen normalmente en al menos un orden de magnitud, con errores típicos en los índices de prestaciones del 3 al 5%.

En la terminología empleada los denominamos algoritmos *pelota*, pues en toda iteración, tras una propuesta de un módulo (un jugador), intervenía el esqueleto básico (la pared). Con ello los diferenciamos de los algoritmos *ping-pong*, donde el juego entre módulos complementarios era directo, sin intermediario. Mientras que en estos últimos se constató con relativa frecuencia la ausencia de convergencia numérica, el esqueleto básico «opera como un filtro paso bajo», haciendo que los resultados sean bastante satisfactorios en la práctica (entre 3 y 5 iteraciones en los casos tratados), incluso si no teníamos teoremas que garantizaran la ansiada convergencia. Es decir, formalmente disponíamos de procedimientos sin certeza de conclusión, no de algoritmos que en tiempo finito ofrecieran un *resultado*, incluso sin saber de la *calidad* de la aproximación (*i. e.*, acotación del error), algo no infrecuente en ingeniería, reiteradamente obligada a caminar sobre terrenos insuficientemente asentados, pero trascendentes en la práctica. En ausencia de demostraciones, hubo que conformarse con esperar la aplicabilidad de lo enunciado por el «*se non è vero, è ben trovato*», clásico adagio pseudoitaliano. En otros términos, lo desarrollado se mostraba suficiente empleando el criterio de *utilidad* (reducción en los costes computacionales en un orden de magnitud o más, con errores no superiores al 5%), tan caro a la ingeniería, pero no el de *verdad*, tan valorado en las matemáticas. ¡Qué le vamos a hacer! Una perspectiva, semiformal e ilustrativa de este tipo de desarrollos, que en parte se hicieron en el marco del proyecto europeo QMIPS (*Quantitative Modelling of Information Processing Systems*, 1992-1995), se presenta en [SiCa95].

Con posterioridad, los resultados sobre los esquemas iterativos previos se generalizaron, siendo fundamental en este contexto la incorporación de las sincronizaciones debidas a pesos no unitarios asociados a los arcos. Ello nos condujo a emplear conceptos como los de *ganancia* y *resistencia* (cuantificación de la dificultad de disparar una transición) de un camino en la RdP, habiéndonos inspirado para este último con la imagen del esforzado ciclista al que no solo le interesa saber la distancia que debe recorrer en la jornada, también los desniveles de los repechos y las montañas que ha de escalar (fig. 4.8). Finalmente, se demostró la existencia de puntos de convergencia en el esquema iterativo, pero no la unicidad de la solución, aunque se corroboró experimentalmente el interés de la estrategia (tesis de Carlos Pérez-Jiménez, 2002). Obviamente, las técnicas que consideran los sistemas a dos niveles son recursivamente generalizables a esquemas multinivel.

Con la idea de construir puentes entre diferentes clases de formalismos, algunas de las aproximaciones previas fueron adaptadas a modelos expresados con *álgebras de procesos* en la tesis doctoral de Vassilios Mertsiotakis, defendida en la Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (1998).

Se ha hablado del cálculo de *cotas* y de *aproximaciones*. También se abordó el cálculo *exacto* de prestaciones en RdP con interpretación markoviana, es decir,



4.8. Visualización intuitiva del concepto de resistencia. Cuando se trata de extender los métodos iterativos aproximados de cálculo de prestaciones al caso de modelos en los que los arcos tienen pesos (por ejemplo, T-sistemas con ponderación), se ha de tener en cuenta la *dureza* relativa que supone el disparo de una transición.

en las que las distribuciones en el disparo de las transiciones son exponenciales.²⁶ En sintonía con lo relativo a la estrategia de descomposición-composición mencionada para calcular una aproximación de las prestaciones, se empleó una *visión estructurada* en dos niveles, conducente a ver una RdP markoviana arbitraria como compuesta por un conjunto de *módulos* y un *coordinador* (o *esqueleto básico*). El método en su conjunto persigue el cálculo de la solución en régimen permanente sin evaluar y memorizar explícitamente el generador infinitesimal de la cadena de Markov (isomorfa al grafo de alcanzabilidad). El esqueleto básico tiene aquí por misión acotar el número de soluciones espurias que se obtienen en el producto de los espacios de estado de los módulos. Es decir, aquí su papel es intencionalmente el de *filtro* para limitar (anular en algunos casos) la generación de soluciones espurias, que, si bien no afectan a las prestaciones que se calculan, penalizan el cómputo. En una segunda fase, la solución estocástica se compone utilizando una aproximación *tensorial*. En esta se expresa el generador infinitesimal del conjunto en función de los relativos a los módulos y el esqueleto básico, como una unión disjunta de productos cartesianos de los espacios de los módulos, el todo para los marcados alcanzables en el esqueleto básico. En resumen, la presencia de este último sistema reduce las soluciones espurias a costa de complicar un tanto la expresión tensorial de la matriz que contiene el generador infinitesimal, pero permite

²⁶ La localidad de los estados (marcados) y las evoluciones (transiciones) de la red permite, por refinamiento, el modelado de sistemas con leyes hipo- e hiperexponenciales.

ganar sustantivamente en lo que a ocupación de memoria se refiere, también algo en lo relativo a tiempos de cálculo.

El empleo de técnicas implícitas o explícitas de descomposición de los sistemas, tanto en el cálculo de cotas como en el de valores aproximados o exactos, llevó a una reflexión sobre los métodos de descomposición útiles a este respecto. Realizada en el marco del programa europeo MATCH (*Modelling and Analysis of Time Constrained and Hierarchical Systems*, 1994-1998), en [SiCa98] se presentó una taxonomía, construida según (1) la información que los componentes poseen del entorno definido por el resto del modelo (si esta es no nula, por ejemplo compendiada por lugares implícitos); (2) la existencia o no de una visión abstracta explícita del conjunto del sistema (si esta no existe, la descomposición es mononivel, lo que da lugar a una perspectiva *plana*; la visión en dos niveles, *jerárquica*, es recursivamente generalizable al número de niveles que se desee); y (3) el corte del modelo original, que puede ser realizado dualmente por lugares o por transiciones (objetos en exclusión mutua en el corte) de la RdP. La fase de solución o composición puede emplear, como se ha dicho, técnicas tan diferentes como álgebra de Kronecker, aproximación de tiempos de respuesta o análisis de cuellos de botella. La búsqueda de redes markovianas con forma producto (cálculo exacto) han llevado en general —nos han llevado— a subclases muy restrictivas (por cierto, definidas estructuralmente), por lo que en el estado actual del conocimiento estos resultados teóricos no parecen tener mucha aplicabilidad práctica.

DEL CICLO DE VIDA DE LOS SISTEMAS Y DE LAS REDES COMO PARADIGMA DE MODELADO

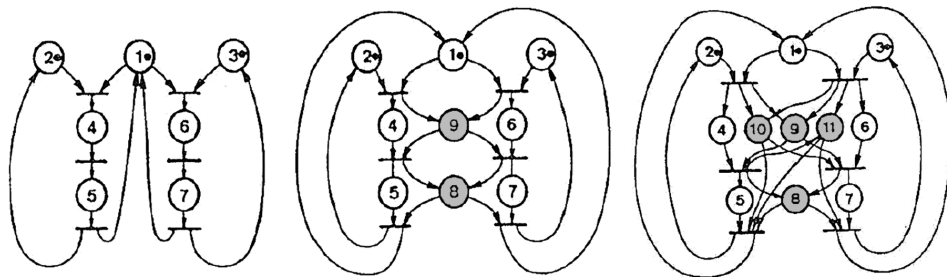
De acuerdo con lo dicho, entre las conexiones sobre las que se ha trabajado se encuentran algunas relativas a objetos estructurales definidos a partir del grafo subyacente a la red, pero reformulados en términos algebraicos mediante la ecuación fundamental (eventualmente sobre otra red transformada). Por otro lado, se han establecido puentes entre el análisis funcional y el de prestaciones; en otros términos, entre modelos temporizados y totalmente no-deterministas, que «tanto monta». En ello se han empleado especialmente conceptos estructurales, así como en las conexiones entre las RdP, las redes de colas y las álgebras de procesos. Siempre enriquecibles, se puede decir que desde hace ya un cierto tiempo se dispone de una amplia —invariablemente insuficiente— panoplia de conceptos y métodos.

Las limitaciones inherentes a un texto como este no aconsejan que nos extendamos sobre los trabajos desarrollados en torno a la optimización paramétrica, la observación, el control, el diagnóstico de fallos o la implementación programada, ni siquiera sobre algunos relativos al uso de redes de nivel superior de abstracción, las coloreadas, por ejemplo. No obstante, se ha hecho referencia al control del sistema no temporizado buscando garantizar propiedades lógicas de interés como exclusiones mutuas generalizadas o la vivacidad (*liveness enforcing*). Para ello siempre se procede restringiendo adecuadamente el espacio de estados alcanzables. Entre los problemas de optimización paramétrica se encuentran los de selección de equipos, dimensionamiento de almacenes o determinación de una mezcla (*mix*) de producción que maximice/minimice una función. En este marco, con la colaboración de Armin Zimmermann (Technische Universität Berlin), se integraron los métodos estructurales de cálculo de cotas superior e inferior de prestaciones con procedimientos metaheurísticos como el recocido simulado, en el que interesa partir de una semilla *interesante*. Ello se acompañó de recursos computacionales como una memoria oculta (*cache*), para evitar recalcular casos ya considerados. Entre los problemas de control de modelos temporizados (optimización dinámica de prestaciones) se encuentra, por ejemplo, la minimización del tiempo para evolucionar de un marcado inicial a otro final, lo que en esencia se conoce en investigación de operaciones como *planificación-programación* (*scheduling*), ámbito en el que se ubica el trabajo doctoral de Antonio Ramírez Treviño (1993) y también, parcialmente, el de Juan Car-

los Mugarza (2005), así como cooperaciones disjuntas con colegas de las universidades de Hiroshima y de Ryukyus (Okinawa), en este último caso empleando búsquedas tabú, trabajo realizado durante la estancia postdoctoral de Morikazu Nakamura en Zaragoza. Solo en sistemas en que se tienen propiedades de *monotonía global de prestaciones* las *optimizaciones locales* permiten llegar a óptimos globales. No obstante, incluso si se considera un sistema de libre elección vivo, reversible, binario e interpretado con tiempos deterministas, la minimización del tiempo de ciclo, asumiendo un vector de visitas dado, es computacionalmente complejo (NP-completo).

Aunque con las debidas distancias conceptuales y técnicas, los métodos de comprobación de modelos (*model checking*), en el caso de los sistemas no temporizados, realizan estrategias de *búsqueda* en el espacio alcanzable; análogamente, al considerar modelos temporizados, a veces se utilizan métodos de *búsqueda* informada (sobre enumeraciones parciales del espacio de estado) como puede ser el clásico algoritmo A*; también *métodos heurísticos* (empleando, por ejemplo, *reglas de despacho*) o basados en *metaheurísticas*.

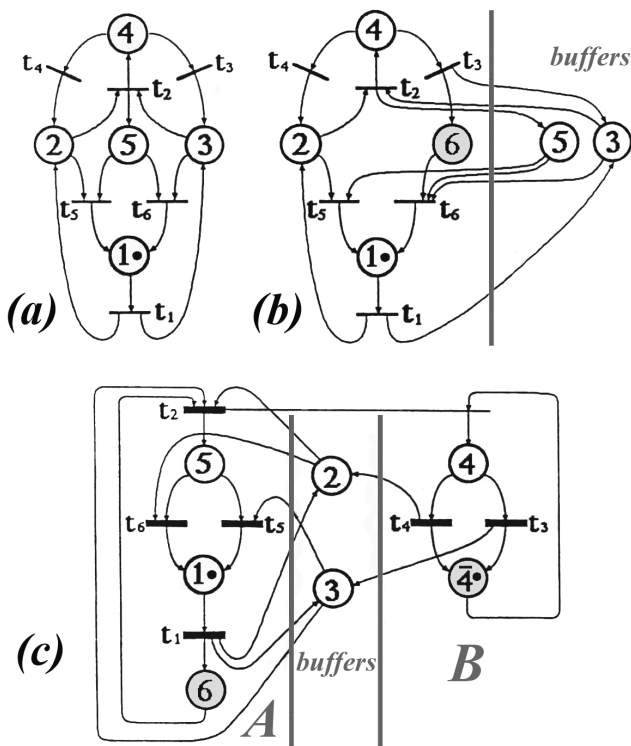
Interpretada o compilada, la implementación programada de los modelos de RdP fue objeto de la tesis de Santiago Velilla (1987). Dadas las severas restricciones que nos solicitó la empresa Nurel (entonces controlada por Imperial Chemical Industries), se introdujeron nuevos mecanismos para la detección y la tolerancia a fallos. Para ello concebimos los *espías*, observadores que evolucionan en paralelo con el control y que buscan la compatibilidad de los lenguajes ejecutados sobre un subconjunto de transiciones (el espía concretiza un modelo obtenido por reducción, preservando inalteradas las transiciones observables, *i. e.*, los *puntos de comprobación*; véase, más adelante, la figura 5.8b). Concepto desarrollado para incrementar la detección de fallos en unos computadores de proceso que controlaban unas críticas máquinas estiradoras de hilos, decíamos en esos tiempos que «el es-



5.1. Incremento de la distancia de Hamming (DdH) en el vector del marcado y tolerancia a fallos. Añadiendo lugares implícitos se incrementa la redundancia, y por tanto la capacidad de detección y corrección de errores. Con la adición de los lugares implícitos 8 y 9 se llega a una $DdH = 4$; adicionalmente, con los lugares 10 y 11 se alcanza una $DdH = 5$, pudiéndose detectar errores cuádruples y corregir hasta errores dobles.

pía había nacido entre fibras», aunque estas últimas no fueran de algodón, sino sintéticas. También aumentamos la distancia de Hamming del vector de marcado merced a la adición de lugares (implícitos y otros; fig. 5.1). La codificación con lenguajes de alto nivel y la optimización de implementaciones centralizadas, descentralizadas y distribuidas (fig. 5.2) se abordó en la tesis doctoral de José Luis Villarroel (1990), incrementándose sustantivamente en los dos últimos casos las posibilidades de descomposición merced a la identificación de estructuras denominadas *tuberías*, una vez más complementadas con lugares implícitos. En esta línea de la programación (compilada o interpretada), teniendo en cuenta las restricciones del tiempo real, se inscribe también el posterior trabajo doctoral de Ramón Piedrafita (2009).

Aunque incompleta, cabe sintetizar a este nivel una reflexión de conjunto sobre los lugares implícitos, que en este texto ya han aparecido en varias ocasiones. Se puede reseñar que su eliminación sirve para *simplificar* modelos y obtener realizaciones más económicas (*i. e.*, con menos elementos) o para *reducir* modelos en procesos de análisis; por otro lado, su adición *incrementa las redun-*



5.2. La adición de lugares implícitos (sombreados) permite realizaciones alternativas del modelo inicial. La adición de p_6 (caso *b*), permite *ver* el sistema como un proceso secuencial, condicionado en su evolución por dos *lugares de interfase* (comunicación asíncrona), p_3 y p_5 . La partición de las transiciones en dos subgrupos (caso *c*) da lugar a dos procesos secuenciales (A y B), lo que se puede llevar a cabo añadiendo lugares implícitos. Los *buffers* son de destino privado (siempre van

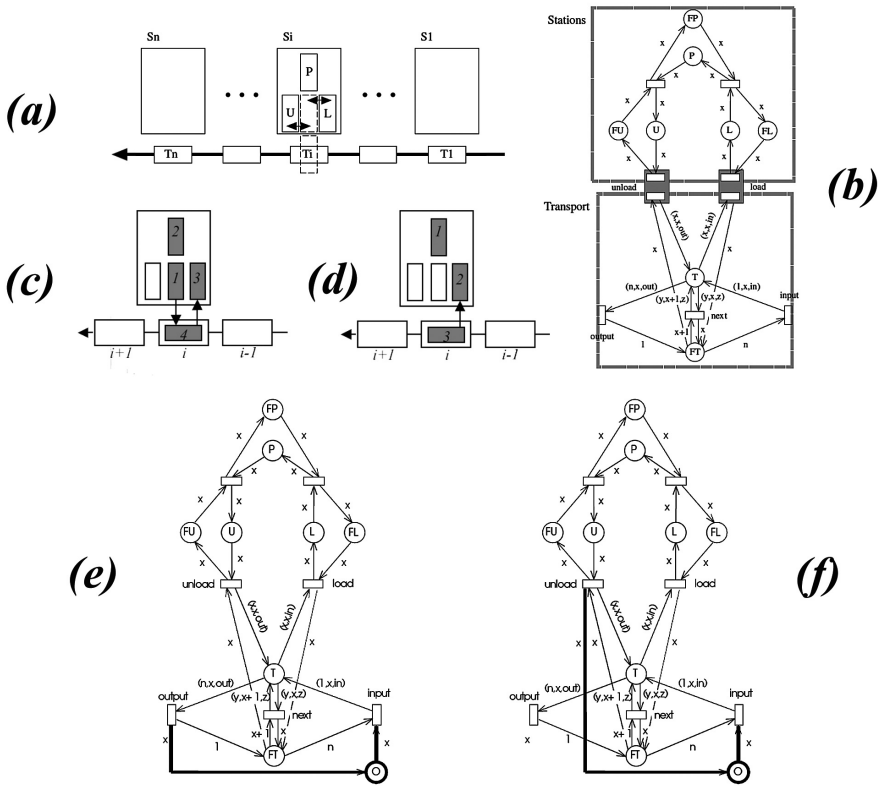
a un proceso secuencial; en este caso, ambos a la máquina A). Por otro lado, en la transformación presentada existe una *conjunción* o *rendez-vous*, t_2 (comunicación síncrona entre los procesos A y B); por lo tanto, no es solución distribuida.

dancias, no solo las leyes de conservación de marcas, también los predicados estables, por ejemplo. Estas adiciones permiten *construir* modelos por refinamientos sucesivos; *mejorar la descripción lineal* de un sistema (si eliminan soluciones espurias); obtener realizaciones con *mayor tolerancia a fallos*; *descomponer* modelos para mejorar computacionalmente el cálculo de prestaciones; o *facilitar la descomposición* del modelo en vista a una realización descentralizada, por ejemplo. Todo ello sin olvidar su intrínseca relación con las *funciones lineales de sensibilización* de las transiciones. Si un lugar representa una *región* de un autómeta, ello explica que visualice relaciones de sincronía; normalmente, los lugares implícitos representan regiones no mínimas.

Ya desde la primera tesis doctoral del grupo se consideró la construcción, el análisis y la implementación de modelos basados en RdP *coloreadas* (lo que puede constatarse en [JeRo91], monografía que representa el estado del arte a comienzos de los noventa). Redes de alto nivel y su aplicación al modelado y al análisis de *sistemas flexibles de fabricación*²⁷ fueron un tándem de temas en parte abordado con las estancias de Hassane Alla, entonces doctorando en el INPG (Institut National Polytechnique de Grenoble). Centrados en el marco de las aplicaciones de las redes, coloreadas o no, la manufactura (fig. 5.3) ha sido objeto de consideración en [SiVa90] [DiHaPrSiVe93] [SiTe97] [Colom03] o [ReEzTeSi04]; cuestiones relativas a la arquitectura de computadores se han abordado en [SiCo93], y a la ingeniería de programación en [CaMe06].

A pesar de la relativa simplicidad conceptual de los modelos basados en RdP coloreadas, en el contexto de los sistemas flexibles de fabricación se desarrolló (1989) un sistema *gráfico* de programación que las *oculta*. Basado en un lenguaje de modelado específico y en artefactos de manipulación y generación de código, pertenece claramente a lo que se da en llamar en programación *ingeniería dirigida por modelos*. Lo denominamos *Graman* (*Graphic Manufacturing*), y ofrece una peculiar visión, próxima al dominio de aplicación (para su análisis cualitativo y de prestaciones y su control) cercana al diseñador (fig. 5.4); de este modo, las redes coloreadas constituyen un lenguaje que ha de ser interpretado por el computador, no por el usuario. Enfatizando el modelo desde la compartición de recursos, en Graman se han de especificar la *descripción de la planta*, donde se consideran las máquinas, los almacenes y los vehículos de transporte y de manipulación, así como las relaciones estructurales entre ellos (las restricciones impuestas por la instalación), y la *descripción de los planes de trabajo*, es decir, la definición de los órdenes de producción y transporte, teniendo en cuenta los materiales y los recursos involucrados. En otros términos, se describe por

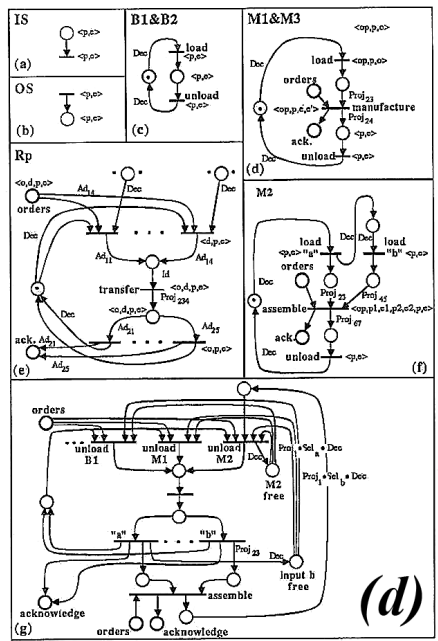
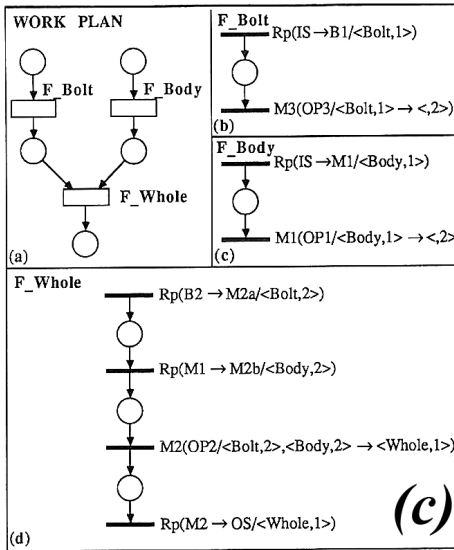
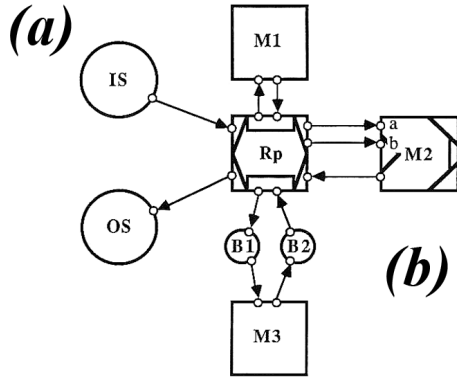
²⁷ La flexibilidad productiva se obtiene con equipos de proceso (mecánicos, etc.) más versátiles y merced a un sustantivo incremento de la complejidad del sistema de control.



Mean processing time	Observe the output			Observe the unload		
	Throughput			Throughput		
	Three orders	Two orders	Increase	Three orders	Two orders	Increase
1	0.2971	0.2984	0.45 %	0.2969	0.3002	1.11 %
5	0.2434	0.2763	13.54 %	0.2378	0.2809	18.14 %
10	0.1669	0.2173	30.24 %	0.1617	0.2210	36.66 %
15	0.1227	0.1671	36.17 %	0.1189	0.1690	42.12 %
20	0.0964	0.1331	38.07 %	0.0935	0.1341	43.45 %
50	0.0418	0.0578	38.51 %	0.0406	0.0579	42.70 %

5.3. Las redes de Petri coloreadas aprovechan la existencia de simetrías en el comportamiento de subsistemas [ReTeEzSi04]. El modelo corresponde a una línea de producción (fig. a) de una fábrica de Renault, compuesta de varias estaciones de trabajo en derivación (no es una línea de transferencia). Todas las estaciones tienen comportamiento similar, por lo que se pueden compactar muy adecuadamente en el modelo (subsistema superior en la figura b). El subsistema en la parte inferior corresponde al transporte de los chasis a lo largo de la línea. Una primera observación es que este modelo tiene bloqueos si se envían a una estación más de tres chasis seguidos (véase la figura c). Si se decide mandar como máximo tres chasis, no hay bloqueo total, pero sí temporal (fig. d). En ambos casos, la restricción sobre el número de órdenes relativas a los chasis se realiza con un único lugar (O en las figuras e y f, aunque con diferente marcado inicial). La tabla inferior muestra que enviar como máximo dos órdenes es mejor que enviar tres, para tiempos de proceso en las estaciones que varían de 1 a 50 unidades de tiempo. La mejor solución contemplada consiste en introducir el segundo chasis para una estación una vez que se acaba de descargar uno de ella, y no esperar a que salga completamente de la línea.

Resource type	Icon	Activity	Subicon	Attributes	Identifier
Passive resource (stores, buffers)	○			Capacity	
Active resources	□	Manufacture		Order/ no_order	
		Disassemble	◁		
	Assemble	▷	Parts num. Input policy		
	Quality control	◇	Bad material output		
	Transfer	⇄			
	Transport	➡		Capacity	



5.4. Sistema gráfico de programación Graman (Graphic Manufacturing):

(a) Bloques, actividades y atributos asociados.

(b) Ejemplo de célula de manufactura y ensamblado que comprende dos máquinas transformadoras (M₁ y M₂), una máquina ensambladora (M₃) y un robot como subsistema de transporte (R_p), así como dos almacenes intermedios (B₁ y B₂) y otros dos externos (IS y OS).

(c) Un plan de trabajo para la planta bosquejada.

(d) SubRdP coloreadas que corresponden a los bloques y el coordinador en (b).

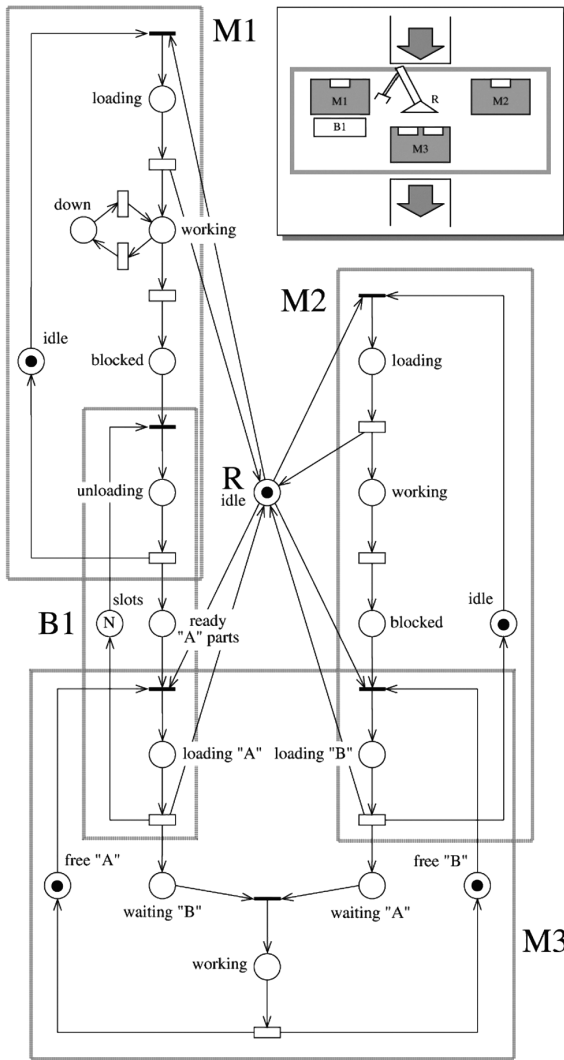
un lado *con qué* (i. e., el sistema de recursos) y por otro *el qué* (lo que se desea hacer). En parte ligada a Graman se desarrolló (tesis de Pedro Muro, 1990) una herramienta, que denominamos *KRON (Knowledge Representation-Oriented Nets)*, en la que se integraron técnicas de representación basadas en *frames*, programación orientada a objetos y RdP coloreadas.

En lo comentado anteriormente subyace el que ha sido siempre nuestro interés por integrar métodos formales a lo largo del *ciclo de vida* de un sistema complejo concurrente, eventualmente distribuido. De este modo, en vez de considerar formalismos *independientes*, lo que puede conducir, salvando las distancias, a situaciones calificables de *babélicas*, buscamos articulaciones, de donde coherencias y economías (tratando de evitar el replanteamiento *ex novo* en cada fase del modelado del sistema en estudio), también sinergias. Si bien en el crecimiento de la incesante diversidad de formalismos basados en RdP que continuamente se contempla hay elementos definitivamente positivos, lo que posibilita la respuesta a situaciones antaño planteadas o nuevas,²⁸ reducir el pluralismo aparente es algo inherente a la evolución natural, competitiva, en cierto modo darwiniana, de la ciencia y la técnica: las subteorías, los subprocedimientos, las variantes menores terminan olvidándose o integrándose en construcciones de orden superior, hasta que eventualmente el edificio sea refutado. En el caso de la ingeniería, en la que tanto pesa como criterio de valoración la *utilidad*, la refutación deriva de la constatación de la existencia de conceptos y procedimientos de prestaciones (nuevas capacidades descriptivas prácticas, nuevos métodos de análisis, de síntesis, de realización, etc.) manifiestamente superiores.

En el contexto de la filosofía de la ciencia, bajo una perspectiva historicista, Thomas Kuhn atribuye al término *paradigma* diversos significados, no siempre claramente diferenciados [Kuhn62]. En una acepción más conceptual, un paradigma es una forma de percibir, conceptualizar, actuar, validar y valorar asociada con una imagen particular de la realidad que prevalece en una ciencia o una rama de esta. Más modestamente, para nosotros un *paradigma de modelado* es un marco conceptual que permite obtener formalismos diferentes pero *próximos*, que comparten principios y conceptos básicos (figs. 5.5 a 5.8), algo que se puede hacer tanto con redes lugar/transición, como con coloreadas, o de cualquier otro nivel de abstracción. Muy informalmente, con el latín como substrato más o menos presente, las lenguas romances constituyen un paradigma interlingüístico, lo que facilita la intercomunicación.

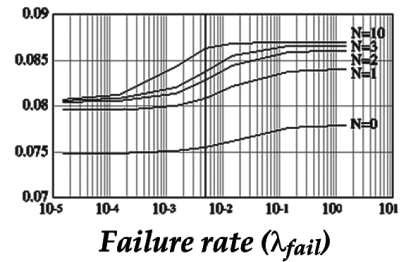
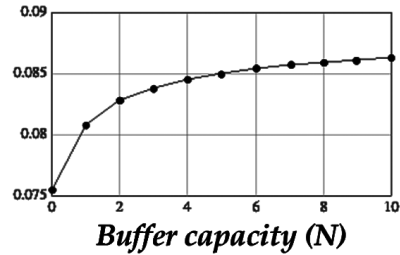
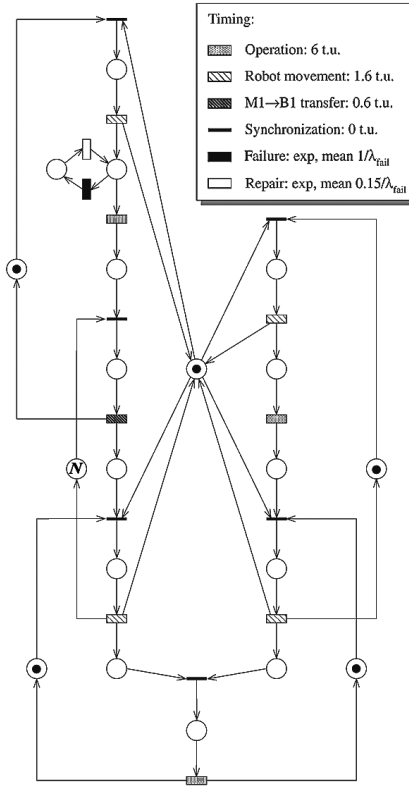
Agrupando en un paradigma formalismos especializados por clases de objetivos se reduce su dispersión aparente, al tiempo que se pueden concentrar esfuerzos en el estudio de sus relaciones (propiedades comunes, complementariedades, diferencias esenciales, etc.). En otros términos, en el ámbito de un paradigma de modelado puede aparecer el beneficio de relaciones de solidaridad y de sinergia entre las distintas teorías vinculadas. En este sentido, las redes de Petri

²⁸ Ello cohabita, en esta como en cualquier otra disciplina, con el clásico oportunismo académico de introducir variantes *ad hoc* con el simple fin de mejorar los autores sus índices cuantitativos de publicaciones, con frecuencia tan poco expresivos, con los que se da en medir la eficiencia investigadora.



5.5. Ciclo de vida (i) [SijuMa-Va11]: modelo no-determinista de célula de producción con relaciones de ensamblado, producción-consumo y exclusión mutua. Si el sistema se descompone en sus componentes conservativas aparecerán seis: M1 y M2 (los *productores*), M3A y M3B (la composición de M3A y M3B forma la máquina de ensamblar M3, la *consumidora*), R (*robot*) y B1 (*almacén temporal*). Por simplicidad, solo en M1 se asume un ciclo de fallo-reparación.

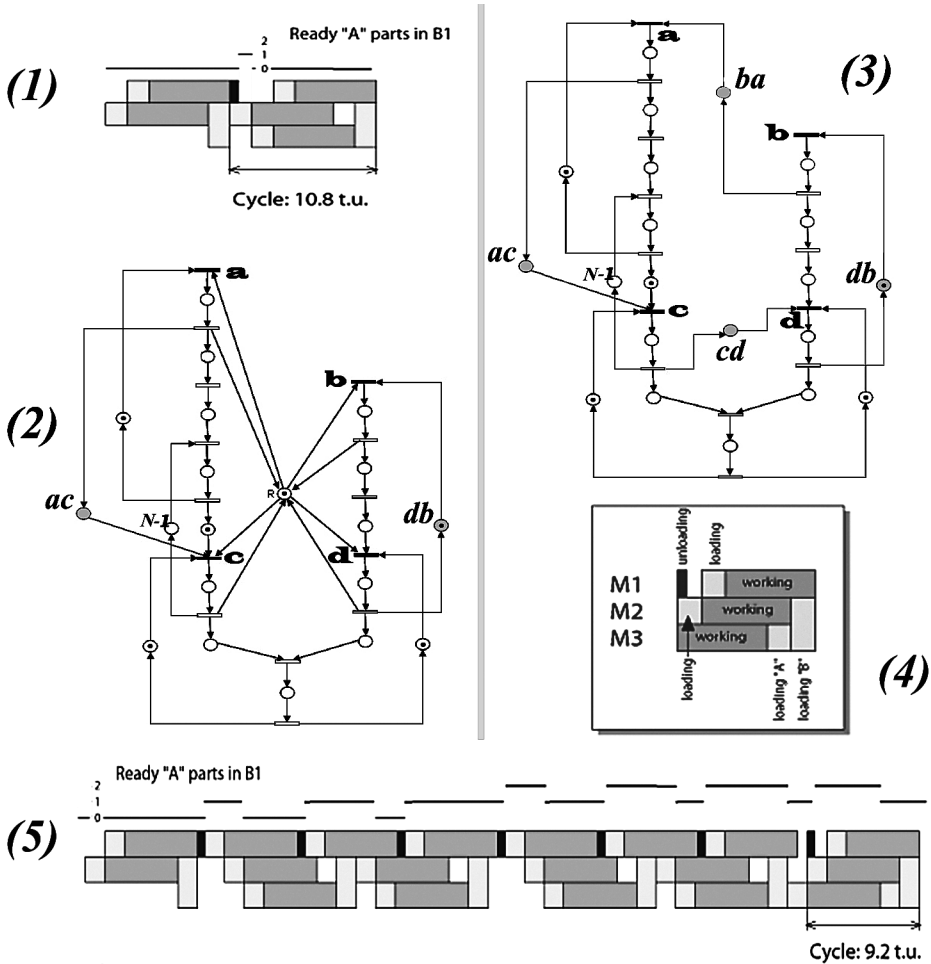
constituyen no solo una *familia* de formalismos relacionados, sino un paradigma de modelado con un amplísimo espectro subdisciplinar para el estudio del ciclo de vida de sistemas complejos. El empleo de formalismos pertenecientes a tal paradigma incrementa la eficacia del proceso de diseño y operación, gracias a la reutilización parcial de modelos y métodos de modelado, de herramientas automáticas de análisis, síntesis y realización. Si bien se puede considerar [Silva93] como punto de asentamiento de la idea de integración de conceptos y métodos entre formalismos funcionales y de prestaciones, esta se amplía en [SiTe96] a un más amplio espacio, incluyendo las extensiones de RdP que llevan a la generali-



5.6. Ciclo de vida (ii) [SijuMaVa11]: modelo anterior con interpretación estocástica (para evaluar prestaciones). En este caso, las prestaciones son monótonas crecientes (con saturación) en función de N , la capacidad del almacén temporal. Este opera como un *filtro paso alto* en un circuito eléctrico, atenuando las bajas frecuencias (para que los resultados sean *homogéneos*, el porcentaje de tiempo en reparación de la máquina M1 se ha tomado constante; la gráfica superior está determinada para $\lambda_{fail} = 0,005$ Hz).

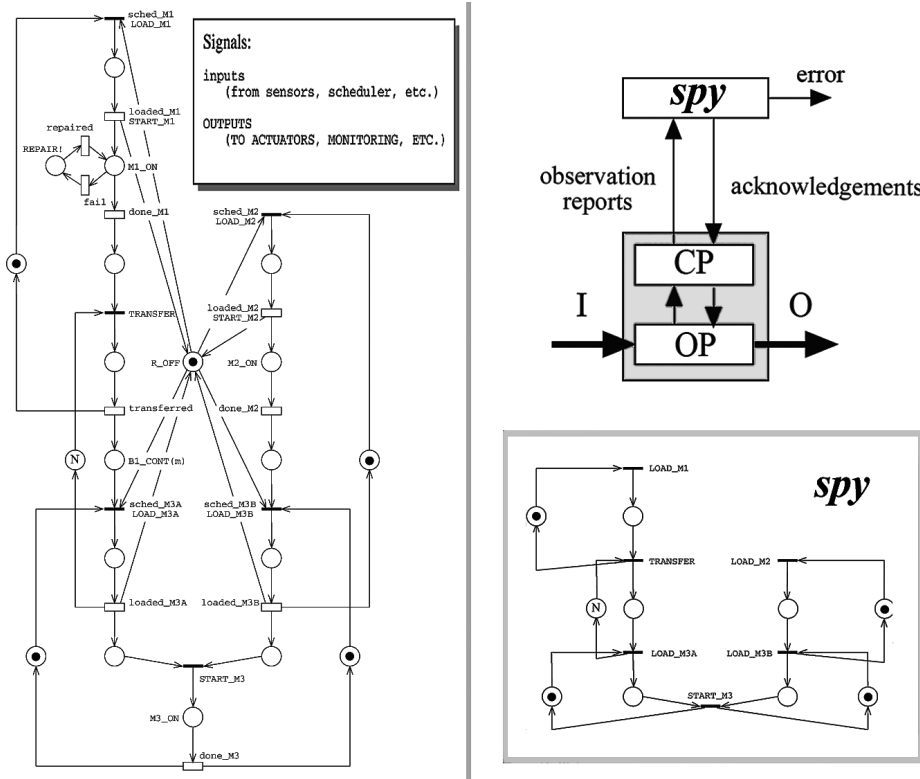
zación de los *diagramas de estados*, aquí denominados *diagramas de marcado* (pues el estado es ahora un marcado, representación distribuida y numérica), incluso a las fases de implementación y operación. Ahora bien, importa aquí señalar que las RdP no constituyen *el* paradigma para SED, sino *un* paradigma. Importante en nuestra opinión, por las razones evocadas, entre otras posibles, sin embargo, como concluíamos [SiTe96],

no pensamos que siempre sea posible seleccionar un formalismo o una familia de ellos para considerar en forma razonable todos los aspectos de todo SED. La complejidad y variedad de sistemas sugiere en su lugar el interés de disponer de entornos multi paradigma donde la existencia de puentes formales y eficientes es un tema mayor.



5.7. Ciclo de vida (iii) [SiJuMaVa11]: control (*scheduling*) del modelo anterior con interpretación determinista y sin ciclo de fallo-reparación en M1. En la optimización de las prestaciones, el no-determinismo ante conflictos del modelo inicial (fig. 5.5) se emplea para maximizarlas en régimen permanente. Sin controlar, el sistema se obtiene un tiempo de ciclo de 10,8 unidades. Controlado (schedule óptimo), baja a 9,2 unidades de tiempo (sistema aproximadamente un 15% más productivo). El ciclo básico contiene una permutación del disparo de las transiciones *a*, *b*, *c* y *d*. Poniendo una pieza en el almacén de salida de M1, manteniendo al menos una solución óptima se puede disparar *c* tras liberar la carga superior de M1. El uso del robot queda restringido a repetir la secuencia *b-a-c-d*.

A modo de una última consideración en el ámbito de esta sección, se puede decir que la *madurez* de una disciplina en ingeniería requiere la existencia de (1) formalismos *ad hoc*, lo que implica la existencia de métodos formales; (2) modelos estándar o arquetípicos (no reinventar la rueda, sino reusar); (3) potentes teorías de análisis y síntesis, incluso si están parcialmente apoyadas en heurísticas,



5.8. Ciclo de vida (iv) [SijuMaVa11]: diagrama de Marcado (DdM) y espía. En este caso se asocian las acciones (minúsculas) y las tareas (mayúsculas) a las transiciones, de modo análogo a como se hace en algunos diagramas de estado. Reduciendo el modelo, excepto las transiciones de observación adoptadas, se llega al modelo denominado *espía*, una abstracción del DdM que incrementa la capacidad de detección de fallos, mecanismo complementario del obtenido al incrementar la distancia de Hamming del vector de marcado (fig. 5.1).

dadas las posibles dificultades computacionales (complejidades e indecidabilidades); (4) herramientas *software* para construcción, análisis, síntesis e implementación de modelos, algo con frecuencia impensable de hacer a mano, lo que puede incrementar de forma sustantiva la productividad del equipo diseñador, reduciendo costes;²⁹ y (5) normas de uso estandarizadas por instituciones inter-

²⁹ Entre las herramientas producidas en el GISED se encuentran las del sistema Galileo (Standard Eléctrica), pasando por Graman y KRON, hasta las más recientes, una que emplea un perfil basado en UML, complementado con el estándar ISO MARTE (especializados en el análisis de la confiabilidad o dependibilidad, *dependability*), y SimHPN, una caja de herramientas para MATLAB (dedicada a la simulación, el análisis y la síntesis de sistemas modelados con RdP continuas e híbridas, temática parcialmente considerada en la próxima sección).

nacionales, como por ejemplo la ISO (International Organization for Standardization) o la IEC (International Electrotechnical Commission). Teniendo en cuenta los criterios anteriores, es aceptable afirmar que las RdP ofrecen una serie de posibilidades bien fundadas en la arena de los SED. A pesar de lo mucho que queda por saber, se puede decir que el paradigma que definen, con más de un centenar de millar de trabajos publicados, aunque con una singular dispersión temática atendiendo a los más diversos campos aplicativos, exhibe hoy en día un apreciable grado de madurez.

6

EN LA LUCHA CONTRA LA COMPLEJIDAD COMPUTACIONAL: LA *FLUIDIFICACIÓN*, UNA RELAJACIÓN CLÁSICA NUEVAMENTE APLICADA

En lo dicho anteriormente se ha hablado de intentos de conectar mediante aproximaciones estructurales las teorías para el análisis y la síntesis de sistemas, estén o no provistos de interpretación temporal. Particularmente al estudiar SED de gran dimensión, en la lucha contra la complejidad computacional desempeñan un papel importante los métodos basados en estrategias del tipo *divide y vencerás*. Las comentadas descomposiciones estructurales directas (en componentes generadas por P- o T- semiflujos, por trampas, por cerrojos, etc.) o las inducidas (adicionando lugares implícitos, entre otras aproximaciones) en sistemas *mononivel* (i. e., presentados monolíticamente, mediante visiones *planas*) constituyen un acercamiento metodológico en esta línea. Alternativamente, restringiendo la capacidad expresiva práctica, se ha aludido a subclases de modelos *multinivel*, modulares, para los que se dispone de caracterizaciones formales relativamente potentes. A modo de ejemplo, han sido mencionados los DSSP y los S³PR, y existen generalizaciones de ambos que incrementan las capacidades expresivas prácticas respectivas, al tiempo que avanzan las fronteras de nuestro conocimiento.

Para reducir los esfuerzos computacionales, una aproximación complementaria a las técnicas estructurales de reducción o de descomposición-composición es la *fluidificación*. En términos matemáticos, se trata de relajar relaciones expresadas en los naturales (cero incluido) en los reales no negativos. De este modo, por ejemplo, algunos problemas de programación entera (NP-completos) se transforman en otros de complejidad computacional polinomial.

Desde una perspectiva más conceptual, esta relajación ha de considerarse como *abstracción* que permite pasar *de los individuos a las poblaciones*. Ello sitúa el campo de juego en conexión con otras disciplinas en las que tradicionalmente se suele partir de una *visión* fluida de sistemas que, en primera instancia, se podrían *contemplar* como discretos. Entre estas, entendida la dinámica de poblaciones en un sentido laxo, se cuentan también la epidemiología, la biología de sistemas, la sociología, la economía, la gestión del tráfico (rodado, aéreo o de la red de redes), incluso muy diversos sistemas de producción manufacturera. Ejemplo básico es el clásico modelo *presa-depredador* de Lotka-Volterra; en un ámbito industrial más general, se pueden considerar los modelos representables merced a los diagramas de Forrester, ya mencionados. Obsérvese que en ambos

casos los modelos fluidos son temporizados, lo que no es de obligado cumplimiento en las RdP continuas (o fluidas).

¿Qué se gana y qué se pierde con la fluidificación? Como cabe esperar de una relajación, se gana en computabilidad, pero con límites. Para ello, baste avanzar la capacidad para simular máquinas de Turing o para representar dinámicas caóticas con RdP continuas provistas de la semántica de *infinitos servidores*.

SOBRE LA RED Y EL SISTEMA CONTINUO (AUTÓNOMO Y TEMPORIZADO EN LAS TRANSICIONES)

La estructura de una red continua se define exactamente igual que en el caso de las redes discretas: $\mathcal{N} = \langle \mathcal{P}; T; \mathbf{Pre}; \mathbf{Post} \rangle$. Dado un marcado inicial, \mathbf{m}_0 , los disparos de las transiciones se realizan en los reales no negativos; por tanto, t está *sensibilizaba* en un marcado \mathbf{m} si para todo $p \in \bullet t$, $\mathbf{m}(p) > 0$. Si $\mathbf{m}_0[\sigma] > \mathbf{m}$, el marcado \mathbf{m} pertenecerá a los reales no negativos. Obviamente, la *ecuación fundamental* se escribe de forma análoga para el sistema continuo: $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{C}\sigma$. Independientemente de la interpretación temporal concreta que se le asocie a la red, dado que el marcado representa el estado temporizado del sistema (temporizado, por ejemplo, asociando funciones de distribución exponenciales al disparo de las transiciones), la ecuación

$$\mathbf{m}(\tau) = \mathbf{m}_0(\tau) + \mathbf{C}\sigma(\tau)$$

se puede interpretar como una descripción de la evolución temporizada del sistema. Derivándola se obtiene $d\mathbf{m}(\tau)/d\tau = \mathbf{C}d\sigma(\tau)/d\tau = \mathbf{C}\mathbf{f}(\tau)$, donde $\mathbf{f}(\tau)$ es el vector de flujo asociado al disparo de las transiciones. Por consiguiente, si $\mathbf{f}(\tau)$ se define como una *extensión interpretada* (la *semántica de los servidores* representados por las transiciones), se puede determinar la evolución temporal del sistema continuo.

Asumiendo aquí que $\mathbf{f}(\tau)$ es una función determinista (aproximación de primer orden), habiendo asociado a la transición t la ratio $\lambda(t)$ de disparo, dos definiciones clásicamente utilizadas (la segunda, tras decolorar una RdP coloreada) son:

- *Semántica de infinitos servidores*:

$$\mathbf{f}(\tau)[t] = \lambda(t) \cdot \min \{ \mathbf{m}(p) / \mathbf{Pre}[p, t], t.q. \mathbf{Pre}[p, t] > 0 \}$$
- *Semántica de productos o de poblaciones* (caso de sincronización ordinaria):

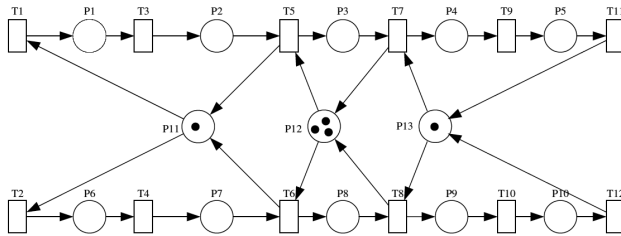
$$\mathbf{f}(\tau)[t] = \lambda(t) \cdot \Pi \{ \mathbf{m}(p), t.q. \mathbf{Pre}[p, t] = 1 \}$$

Claramente, una diferencia básica entre estas dos semánticas es el cambio de un operador de *mínimo* por otro de *producto*. (En sincronizaciones no ordinarias se obtienen fórmulas más complejas, a partir de la combinatoria subyacente).

Como la fluidificación está especialmente pensada para sistemas que operan bajo tráfico (muy) intenso, las aproximaciones de primer orden pueden ser muy razonables, aunque ¡siempre será una relajación! De este modo, a partir de un modelo discreto estocástico, inicialmente se obtiene una aproximación continua y *determinista*. En cualquier caso, añadiendo ruido gaussiano truncado a los tiempos de disparo de las transiciones, también se ha definido una aproximación continua *estocástica* para el primer caso.

res.³⁰ Se pierde en fidelidad, pudiendo ser mayor o menor la calidad de la aproximación. En algunos casos el perjuicio inducido por la relajación es tan sustantivo que cabe decir que la fluidificación no conduce a una aproximación. En otros términos, el objetivo y el tipo de problemas son análogos a los de linealizar el modelo de un sistema dinámico expresado con ecuaciones diferenciales ordinarias (piénsese, por ejemplo, en lo poco que, informativamente hablando, queda si se linealizan las ecuaciones de Lorenz).

La fluidificación en el marco de las redes de colas data de hace más de cuatro décadas [Newell71]. La introducción de las RdP continuas (o fluidas) se remonta a [DaAl87]. En [DaAl10], texto que nos cupo el honor de prologar, René David afirma explícitamente (p. ix) que la fuente de inspiración fue la fluidificación de



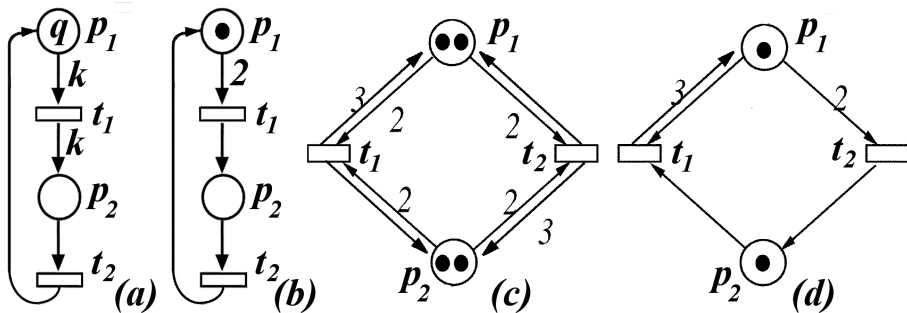
k	Reachable markings	Infinite servers		Single server
		Thr. of every t_i	Thr./ k	Thr. of every t_i
1	250	0.172	0.172	0.172
2	6300	0.366	0.183	0.303
3	67375	0.564	0.188	0.399
5	2159136	0.966	0.193	0.528
10	!!!	1.96	0.196	0.693
50	!!!	9.97	0.199	0.91
...
∞			0.2	1

6.1. Aproximación intuitiva a la fluidificación [SiRe05]. Multiplicando por k el marcado inicial del sistema (para $k = 1$ representa un sistema en serie con una máquina secuencial, seguida de un almacén de capacidad 3, y una segunda máquina) se obtienen los datos de la tabla, asumiendo una temporización homogénea unitaria de todas las transiciones y una distribución estocástica exponencial. Se observa el vertiginoso crecimiento del número de marcados (en este caso, fácilmente calculable, pues se tienen tres esquemas independientes en serie de combinaciones con repetición). A partir de $k = 5$ el cálculo de la cadena de Markov se hizo impracticable en un computador personal y los datos numéricos se han obtenido por simulación. Si $k = \infty$, basta con resolver un problema de programación lineal (PPL), por lo tanto en *tiempo polinomial*. (Lamentablemente, no en todos los modelos que se pueden describir con RdP se observa esta monotonía, como se podrá constatar en varios de los casos que siguen).

³⁰ En este caso, el flujo de disparo de una transición es proporcional a su grado de sensibilización, lo que puede verse como trasposición determinista y continua de la semántica markoviana en los modelos discretos.

modelos de prestaciones en líneas de producción. Es una simple coincidencia que en el mismo encuentro de 1987, en el Paraninfo de nuestra universidad cesaraugustana, propusiéramos el uso sistemático de la programación lineal —una fluidificación— para el estudio estructural basado en la ecuación fundamental (lo que permite el empleo de un rico acervo teórico en el que se encuentran los clásicos teoremas de limitación, de optimalidad, de alternativas, etc.).

Recuerdo perfectamente cuando le sugerí a nuestra llorada Laura Recalde enfocar la última parte de su brillante tesis doctoral hacia las redes continuas. He de confesar que, en el fondo, nuestra primera intuición fue que iba a ser un *paseo militar* (fig. 6.1); pero nada más lejos de la realidad, por múltiples razones. Para empezar, no todos los sistemas son fluidificables. Por ejemplo, la ausencia (o presencia) de bloqueos en los modelos discretos, no es condición necesaria ni suficiente para el modelo obtenido de la relajación continua (fig. 6.2). En cualquier caso, fue importante la introducción del concepto de *alcanzabilidad en el límite*, con el que, por ejemplo, se puede vaciar por completo una trampa; en otros términos, en las RdP continuas ¡una trampa no es una trampa!³¹



6.2. La fluidificación de los sistemas autónomos no preserva en general la presencia o ausencia de los bloqueos [SiRe02]. Las diferentes redes son estructuralmente limitadas y, excepto la (b), consistentes:

(a) sistema discreto vivo ssi $q \geq k$, pero vivo como continuo ssi $q > 0$;

(b) sistema discreto con bloqueo, que no se inmoviliza como continuo con una secuencia finita (corresponde a la célebre paradoja de Zenon), de donde conviene introducir el concepto de *alcanzabilidad en el límite* (para la que este sistema continuo se bloquea al vaciarse la trampa $\{p_1, p_2\}$);

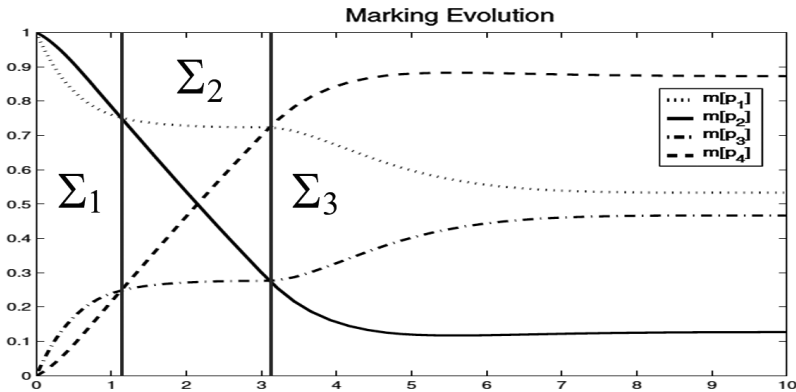
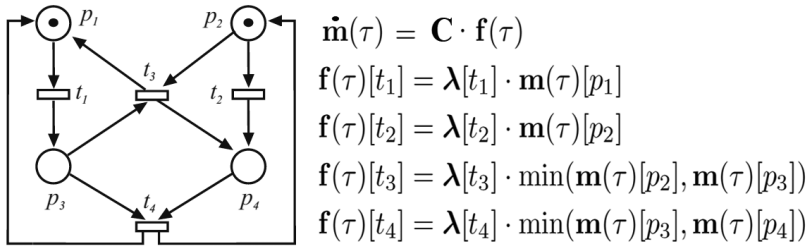
(c) sistema no vivo como discreto, pero vivo como continuo, si no se consideran secuencias infinitamente largas (disparo reiterado ad infinitum de t_2 , lo que termina vaciando la trampa $\{p_1\}$);

(d) sistema vivo como discreto, pero no vivo como continuo (se bloquea disparando $0,5 t_2$).

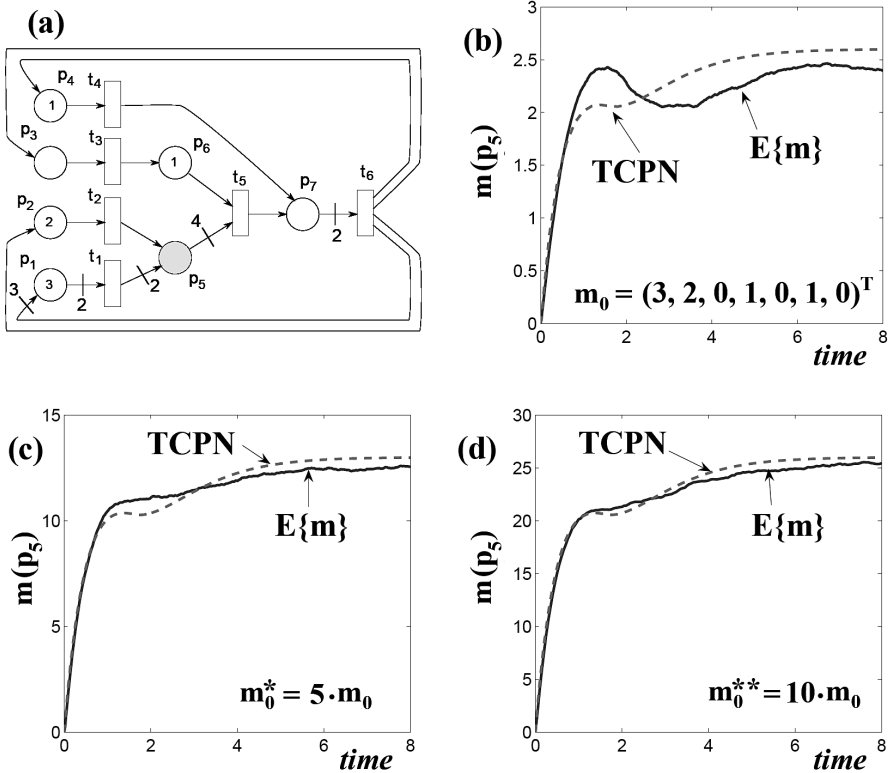
³¹ Matizando: en las RdP continuas una trampa *estructural* no genera trampas *comportamentales* (i. e., para las marcas). Como en las redes continuas las trampas se pueden vaciar en el límite, el predicado estable característico para las redes discretas —no se puede desmarcar por completo— desaparece.

Una vez temporizados estos sistemas bajo la semántica de infinitos servidores se obtienen *sistemas afines a tramos* con regiones poliédricas (fig. 6.3). Normalmente, cuanto mayores sean las poblaciones (*i. e.*, mayores sean los marcados), mayor es el ahorro computacional y, con cierta frecuencia, mejor la calidad de la aproximación relajada. Breve y bueno, ¡dos veces bueno! (fig. 6.4). Desde otra perspectiva, se puede decir que la potencia expresiva que aún retiene esta clase de modelos relajados es bastante significativa. En efecto, a pesar de ser diferenciables en el tiempo, son capaces de simular las máquinas de Turing, resultado al que llegamos en colaboración con Serge Haddad (E.N.S. de Cachan).

Por otro lado, muchos sistemas descritos con RdP continuas temporizadas presentan *no-monotonías*; de este modo, con máquinas más rápidas, o con mayor número de estas, en ausencia de control (*i. e.*, dejando el sistema que evolucione libremente) se pueden empeorar las prestaciones (fig. 6.5). Incluso pue-



6.3. La semántica de infinitos servidores emplea el operador de *mínimos* en las conjunciones (o *rendez-vous*) [SiRe05]. Se puede observar que se trata de un *sistema lineal a tramos*. En la evolución presentada ($\lambda^T = [0.5 \ 0.1 \ 1 \ 0.3]$) hay dos conmutaciones (en la primera, el flujo de t_4 pasa a estar restringido por p_3 ; en la segunda, el flujo de t_3 pasa a estar controlado por p_2). La red es conservativa, pudiéndose observar con facilidad las simetrías en las evoluciones de los lugares de índices impares (izquierda) y pares (derecha). Estas son expresión de las leyes de conservación de marcas debidas a los dos p-semiflujos mínimos ($|P| - \text{rango}(\mathbf{C}) = 4 - 2 = 2$ variables dependientes). Por tanto, el sistema se puede expresar también como un *sistema afín a tramos* de dos variables de estado.



6.4. En sistemas monótonos, el incremento de población (*i. e.*, del marcado) conduce a mejores resultados.

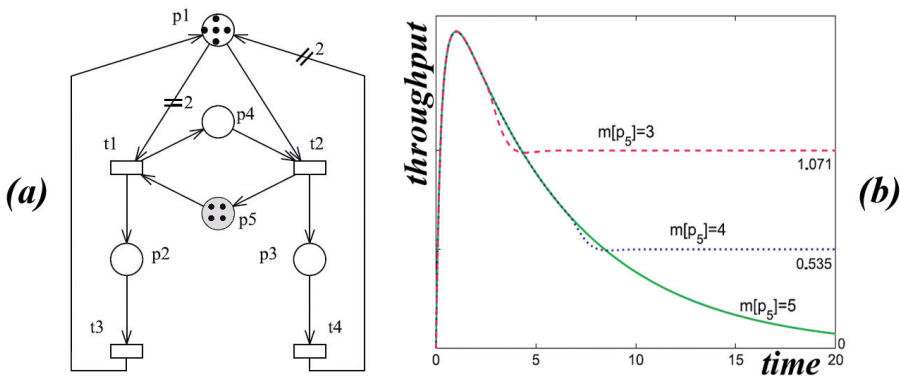
Estructuralmente persistente (no hay selección ninguna, aunque sí dos atribuciones, una conjunción y una distribución), el sistema es *monótono* (no solo con respecto al marcado inicial, sino también con respecto a las velocidades de disparo de las transiciones). Naturalmente *homotéticas*, las curvas TCPN representan las trayectorias de la aproximación continua temporizada (de idéntica forma en los tres casos, se puede observar que solo cambia la escala de amplitudes). Las curvas $E\{\mathbf{m}\}$ se han obtenido simulando los modelos estocásticos discretos (los espacios de estado de las cadenas de Markov tienen 258, más de 100.000 y más de 2,500.000 estados, respectivamente). Con mayores marcados se obtienen ahorros computacionales más importantes y mejor calidad en la aproximación.

den aflorar *discontinuidades* en régimen permanente en índices como el tiempo medio de ciclo³² [SiJuMaVa11]. Esos saltos en las medidas del desempeño se identifican en [Meyer12] con bifurcaciones que inducen discontinuidad, lo que ocurre cuando el marcado estacionario se encuentra en la frontera entre ciertas regiones

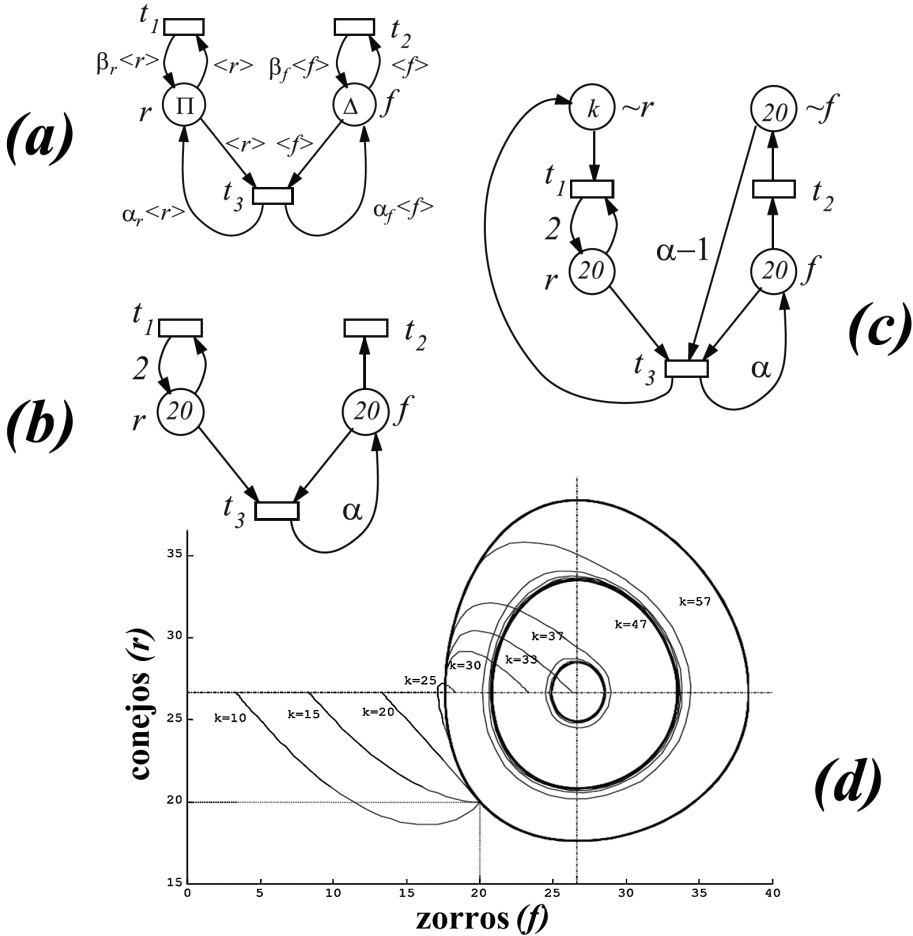
³² Más a delante se consideran tres casos con bifurcaciones. En la fig. 6.6, con semántica de producto, aparece una primera. Los dos casos restantes emplean semántica de infinitos servidores. En la fig. 6.7 se observa una bifurcación al variar ligeramente λ_2 ; en la fig. 6.8 se considera un ejemplo en el que técnicas de mejora eliminan la discontinuidad espuria introducida por la fluidificación.

del sistema lineal por tramos y pierde hiperbolicidad. Obviamente, eso afecta a la robustez del sistema y, por tanto, su control dinámico puede llegar a ser crítico. Expresado de forma sintética, *indecidibilidades* y *caos* asoman en estos modelos, que por consiguiente solo son *ingenuos* en apariencia. Para terminar, una paradoja más: la fluidificación, operación que *facilita* la circulación de marcas, no lleva forzosamente a sistemas más rápidos (fig. 6.5). En los primeros escarceos, con la fluidificación pensamos haber entrado en un campo plenamente arcádico, pero junto a rosas existen no solo espinas: digamos que también explosivas minas. Visto con perspectiva, ¡es natural!

La comparación con los *sistemas positivos* (lineales) y los *compartimentales* muestra la apreciable potencia descriptiva de los formalismos basados en RdP. En la confrontación con los diagramas de Forrester (DdF), realizada en colaboración con Emilio Jiménez (Universidad de la Rioja), se ha de partir de la base de que las RdP continuas no tienen por qué estar temporizadas y en el fondo puede subyacer un modelo discreto *más exacto*, al que siempre es posible apelar; sin embargo, las funciones de flujo que se pueden asociar a las *válvulas* en los DdF (lo que se corresponde con las transiciones en la RdP fluida) son arbitrarias (*i. e.*, no pertenecen a semánticas predefinidas como la mencionada de infinitos servidores). Por otro lado, la separación radical entre *canales de información* y *de materiales*



6.5. Contraintuitivo: fluidificar un sistema no lo acelera ni conduce a monotonía con respecto al marcado inicial [SiRe04]. Para $\mathbf{m}[p_5] = 4$, $\lambda = [3 \ 1 \ 1 \ 10]$ y semántica de infinitos servidores, el caudal (*throughput*) en régimen permanente es 0,801 como discreto (asumiendo que todas las distribuciones son exponenciales), pero solo 0,535 como continuo. Por otro lado, haciendo $\mathbf{m}[p_5] = 5$ se observa un grave empeoramiento a bajas frecuencias (a altas frecuencias es sensiblemente idéntico), llegando a bloqueo. De forma análoga, disminuyendo el marcado (*i. e.*, con menos recursos) se mejora de forma sustancial el régimen permanente. En suma, el sistema no es monótono con respecto al marcado, pues al incrementarlo empeoran las prestaciones. El sistema discreto con $\mathbf{m}[p_5] = 5$ no exhibe bloqueo (es vivo porque la red es mono-T-semiflujo, $\mathbf{x}^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1)$, y estructuralmente limitada, en realidad conservativa, $\mathbf{y}^T = (1 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0)$), pero se termina inmovilizando como sistema continuo.



6.6. Fluidificación de un modelo presa-depredador básico [SiRe02].

(a) Red de Petri coloreada de un modelo básico con presas (conejos, r) y depredadores (zorros, f). Tiene un estado de bloqueo en $\mathbf{m}[f] = \mathbf{m}[r] = 0$ y otro absorbente con $\mathbf{m}[f] = 0$ y $\mathbf{m}[r]$ creciendo continuamente (i. e., el modelo discreto es no vivo y no limitado).

(b) Decoloración del modelo previo, que al fluidificarlo lleva a una RdP continua de la que derivan las ecuaciones clásicas de Lotka-Volterra. De este modo, el *mínimo* de la semántica de infinitos servidores se transforma en un *producto*, $\mathbf{f}[t_3] = \lambda[t_3] \cdot \mathbf{m}[r] \cdot \mathbf{m}[f]$, lo que aquí supone una evolución según una órbita en el espacio de estados, y por lo tanto el modelo temporizado continuo (relajado) es limitado y vivo. Se puede interpretar que la órbita representa los comienzos de un larguísimo transitorio; en realidad ninguno de los dos estados estacionarios es alcanzable.

(c) Si se imponen condiciones de finitud en ambas poblaciones (por ejemplo, $20 + k$ conejos y 40 zorros), en el modelo discreto se alcanza un bloqueo con $\mathbf{m}[f] = 0$ y $\mathbf{m}[r] = 0$ o $\mathbf{m}[r] = 20 + k$; sobre el modelo de Lotka-Volterra modificado.

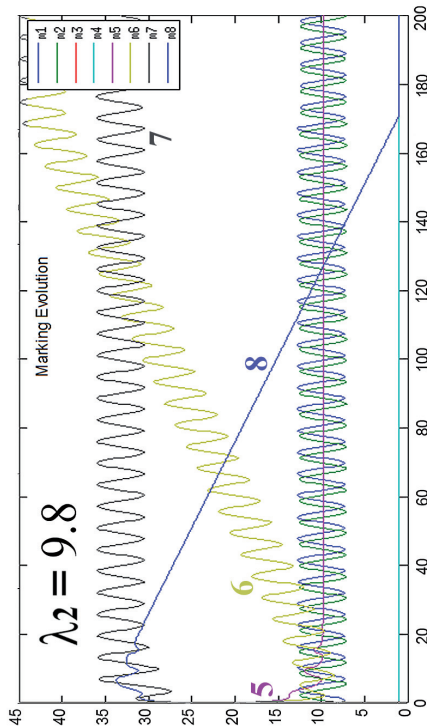
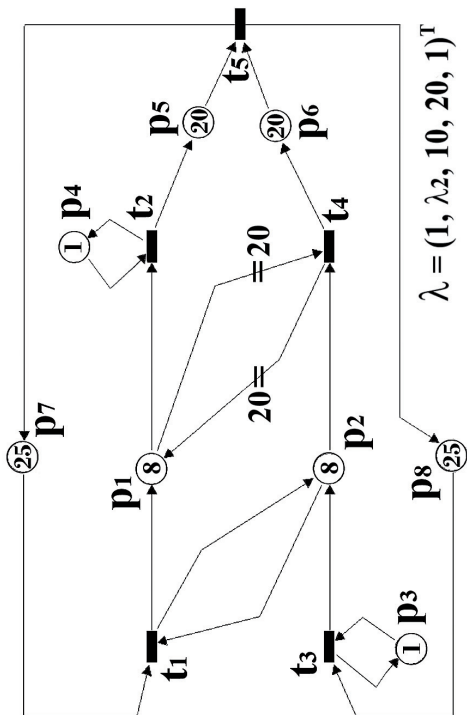
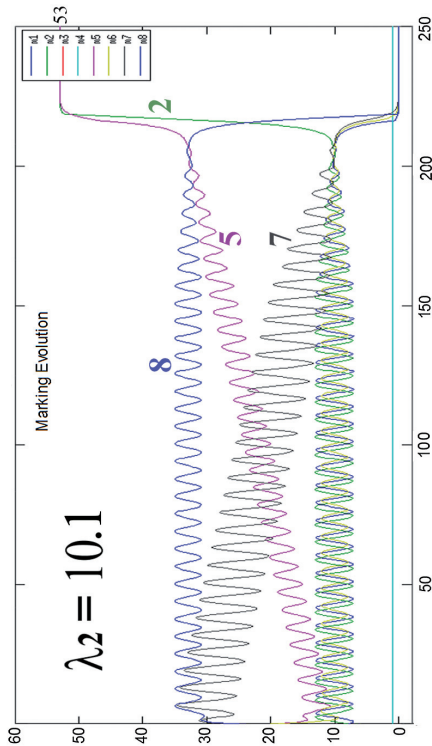
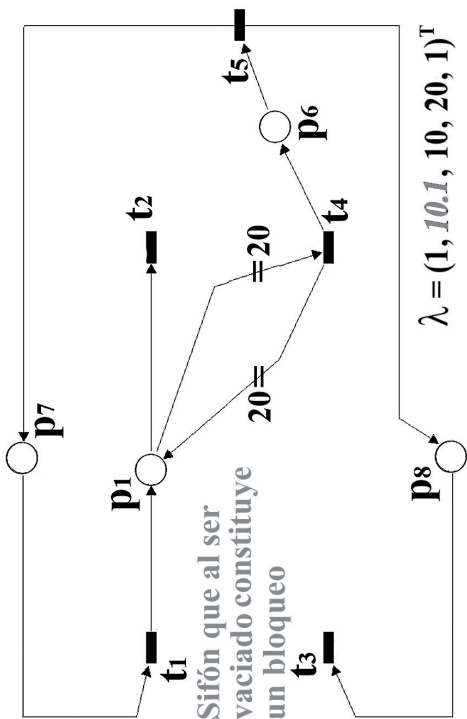
(d) Tomando como ejercicio $\lambda[t_1] = \lambda[t_2] = 20$, $\lambda[t_3] = 0,75$, $\alpha = 2$, la aproximación continua llega a un estado puntual de equilibrio, si k es suficientemente pequeño; en caso contrario (aprox. 33 es el k crítico en la aplicación numérica, valor para el que aparece una bifurcación de Hopf), nunca se alcanza un equilibrio (primero un ciclo límite, después directamente una órbita, si la población inicial de conejos es suficientemente grande).

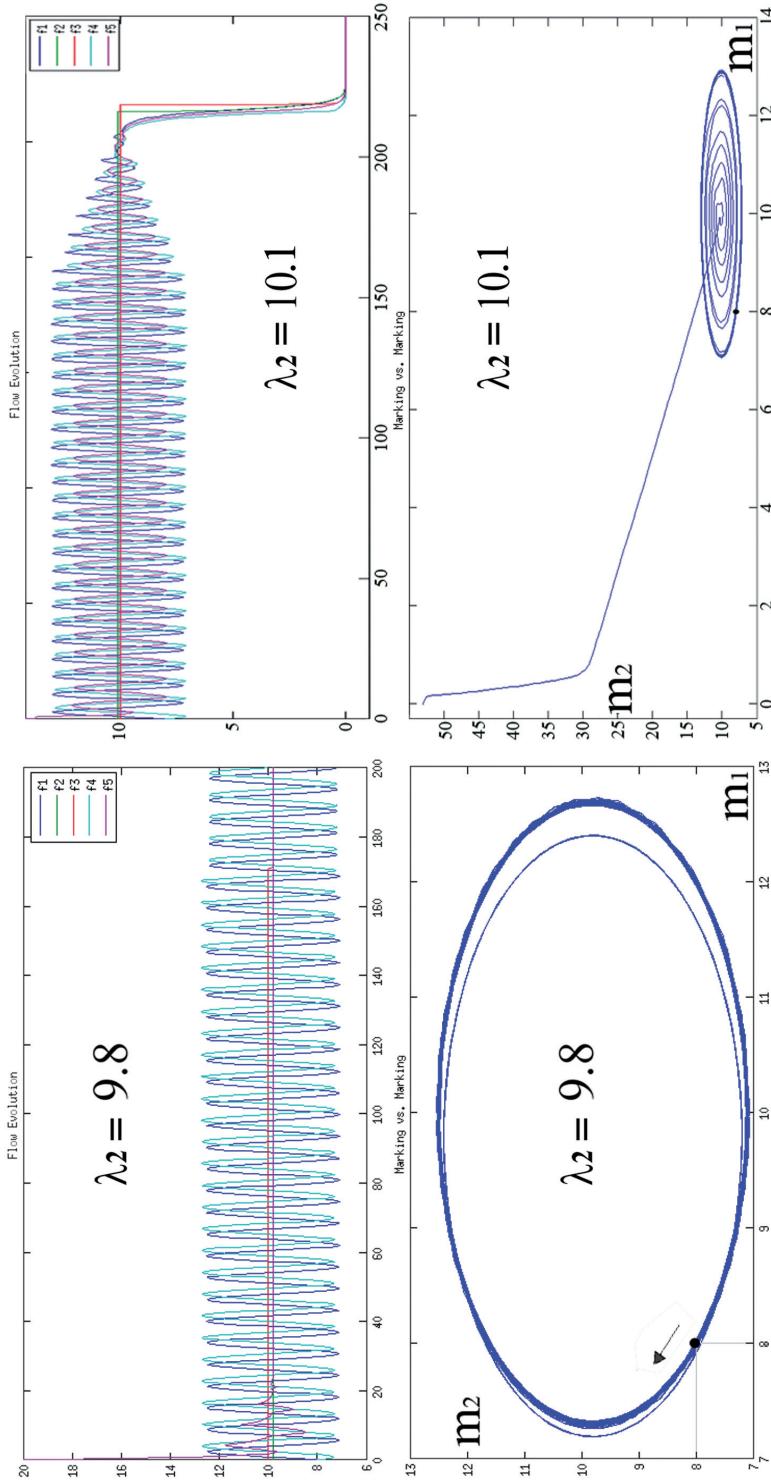
(o *de flujo*), inherente a los DdF, no es propia de las RdP fluidas. A pesar de todo, se ha demostrado que las TDPN (RdP diferenciables en el tiempo, *Time Differentiable PNs*), que incorporan una distinción entre función de *sensibilización* y función descriptora del *flujo de marcas*, son expresivamente equivalentes a las RdP fluidas bajo semántica de infinitos servidores.

Al definir el flujo a través de una transición, en la semántica de infinitos servidores se emplea el operador de *mínimo* sobre los marcados —ponderados inversamente por la función de incidencia previa— en los *rendez-vous*. Decolorando redes representativas de sistemas presa-depredador (fig. 6.6) se deriva una nueva semántica [SiRe02] que denominamos *producto* (por ser este el operador que sustituye al de mínimo; también se la conoce por semántica de *poblaciones*, por ser este el ámbito en que se derivó, aunque sea aplicable a otros dominios, como el de las reacciones químicas). Empleando esta última semántica de forma exclusiva se obtiene un único sistema no lineal, y la escritura de un modelo RdP continuo temporizado que corresponda a las ecuaciones de Lorenz es inmediata, encontrándonos de nuevo ante la expresión de fenómenos caóticos.

Lo anterior lleva a subrayar la potencial inviabilidad de la integración analítica de los modelos fluidos de RdP (estén concebidos con la semántica de infinitos servidores o con la de productos, por ejemplo). Un primer recurso alternativo es la *simulación numérica*, lo que ante situaciones caóticas o con importantes incertidumbres sobre los valores de los parámetros puede plantear problemas bien conocidos. En cualquier caso, se ha de profundizar en el empleo de técnicas de *análisis cualitativo de sistemas dinámicos* (teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales), algo propuesto hace décadas en el marco de la *dinámica de sistemas* (entre los trabajos pioneros al respecto, véase, por ejemplo, [Aracil84] y [MoArAl88]).³³ En este tipo de análisis, que hunde sus raíces (hace más de un siglo) en trabajos como los de Henri Poincaré, tienen especial interés la detección de *atractores* (número, tipo, disposición y extensión de sus cuencas de atracción, etc.), la *estabilidad estructural* y el concepto de *sistemas cualitativamente equivalentes*, las *bifurcaciones*, etc. Los análisis cualitativos pueden proporcionar información sobre los posibles comportamientos del sistema con gran claridad,

³³ Importa reseñar que la *dinámica de sistemas* enfatiza la relación entre la estructura del sistema y su comportamiento, relación que no es biunívoca, ya que de una estructura se pueden derivar comportamientos cualitativamente diferentes. En la construcción y el análisis de modelos son aspectos claves la causalidad (*diagramas de influencia*), la visualización gráfica de la estructura del modelo cuantitativo (los mencionados DdF, a partir de los que se pueden escribir directamente las ecuaciones) y la simulación numérica del sistema de ecuaciones derivado. En un marco introspectivo muy distinto, más metodológico que formal, la preocupación de lo cualitativo versus lo cuantitativo está presente también en [Wolstenholme99], o en [Coyle00], donde se reflexiona entre posiciones en la literatura tales como «system dynamics without quantified simulation is an oxymoron» y el peligro de producir «plausible nonsense from our [quantified] models».





6.7. Bifurcación: Una pequeña variación en λ_2 lleva a comportamientos muy diferentes. La red posee un único T-semiflujo, $\mathbf{x}^T = (1\ 1\ 1\ 1)$, y es conservativa, por lo que todas las transiciones se han de disparar en media en la misma proporción en regímenes permanentes. En ambos casos se tiene marcado inicial y vector de ratios de disparo idénticos (salvo el valor de que varía λ_2 ligeramente). Como puede observarse, en el segundo caso se «salta a» un bloqueo total. Esto se puede ver fácilmente observando el cronograma de flujos o el retrato de fases $\mathbf{m}[p_1]-\mathbf{m}[p_2]$ ($\mathbf{m}[p_j]$ llega vaciarse por completo en el régimen permanente, de donde t_2 no se podrá disparar nunca más, y, por lo anterior, el resto de transiciones). En el primer caso, debido a la disminución del marcado de p_8 , que termina limitando ligeramente el flujo de t_3 (por consiguiente, el marcado de p_2 y el flujo de t_1 , de donde el marcado de p_1), el retrato de fases muestra una commutación hacia la curva casi elíptica que se muestra de trazo más fino (el cambio se produce, aproximadamente, a $\tau = 170$). **(Observación:** El sistema es vivo si $\lambda_2 \in [1, 10]$; con $\lambda_2 < 1$ se vacía el sifón $\{p_1, p_2, p_5, p_8\}$.)

generalidad y eficiencia, especialmente cuando se tiene una importante incertidumbre sobre los valores de los parámetros o el modelo es especialmente sensible (caótico, por ejemplo). En otros términos, más que las cuantificaciones precisas, posiblemente poco significativas, en ocasiones interesan particularmente los patrones de comportamiento. Una dificultad mayor en nuestro contexto es la dimensión de los sistemas, muy superior a las empleadas normalmente en este tipo de análisis (que se suele limitar a dimensión 2 o 3).

La idea de sistematizar la fluidificación de modelos de SED tiene varias décadas a las espaldas. El primer libro que considera la fluidificación de colas se debe a Gordon Newell, entonces catedrático en la Universidad de California en Berkeley [Newell71]. Reconociendo que la teoría de redes de colas se originó para estudiar problemas prácticos y que la literatura era ya en aquellos tiempos muy extensa, establece en el prefacio que

as a tool for analysis of practical problems, it remains in a primitive state; perhaps mostly because the theory has been motivated only superficially by its potential applications [...].

[...] Queueing theory became very popular, particularly in the late 1950s, but its popularity did not center so much around its applications as around its mathematical aspects [...]. The literature grew from “solutions looking for a problem” rather than from “problems looking for a solution”.

Mathematicians working for their mutual entertainment will discard a problem either if they cannot solve it, or being soluble it is yet trivial. An engineer concerned with the design of a facility cannot discard the problem. [...] he must do the best he can. The practical world of queues abounds with problems that cannot be solved elegantly but which must be analysed nevertheless. The literature on queues abounds with “exact solutions”, “exact bounds”, simulations models, etc.; with almost everything except common sense methods of “engineering judgment”.

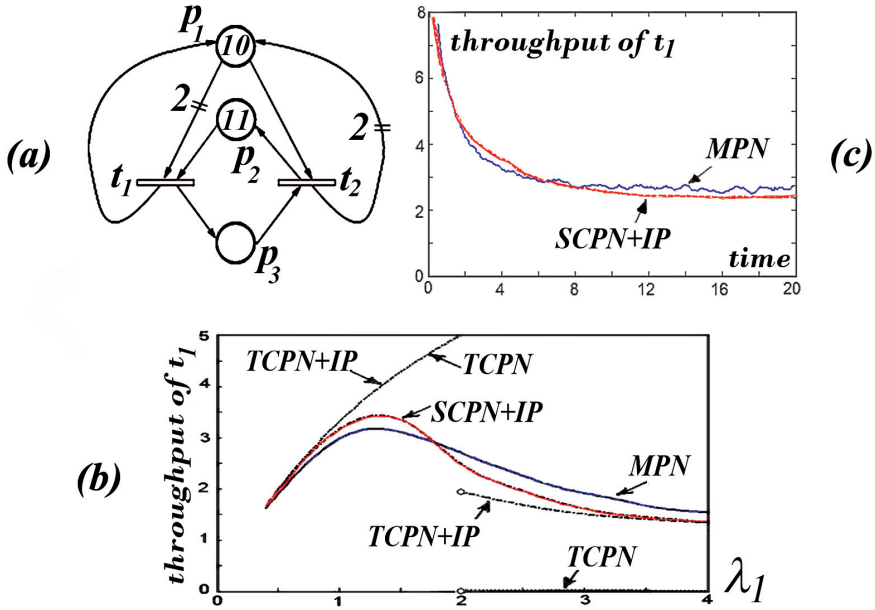
Estas provocativas declaraciones han de entenderse como incitación para fomentar el estudio, entre otros temas de interés práctico, de modelos fluidificados (¡hace más de cuarenta años!). Cabe reseñar, sin embargo, que la aceptación de la fluidificación por la comunidad de redes de colas fue un proceso lento, y se demoró aún unas dos décadas. Análogamente, hay que reconocer que la propuesta de fluidificación de las RdP tampoco fue bien acogida en el núcleo de la comunidad *petrista* en 1987. Algunos miembros influyentes pensaban en esas fechas que los formalismos que pasaban a denominarse *RdP continuas* o *fluidas* no eran *verdaderas* redes por no ser *discretos*; por tanto, se trataba de una cuestión no relevante para la colectividad. Una vez más asomaba la confusión relativa a *esencias*, no teniéndose en cuenta el carácter circunstancial inherente a los modelos. Obviamente, las cosas han ido cambiado de forma radical con el tiempo, aunque durante varios años se ha podido escuchar a algunos decir aquello ya

clásico sociológicamente de «no sois *totalmente* de los nuestros». Adicionalmente, desde 2005 la fluidificación de los modelos expresados con *álgebras de procesos* (AdP) es hoy un campo muy activo (véase, por ejemplo, [BoHiLaMa13] para una perspectiva reciente). Acerca de relaciones de las RdP continuas y los modelos fluidos derivados de las AdP, por ejemplo [Galpin10].

Centrados en el paradigma de las RdP, sobre la relación entre propiedades de los sistemas discretos autónomos y los continuos correspondientes se puede decir, por ejemplo, que en general la limitación (o acotación) de los sistemas fluidificados implica la de los discretos, pero no al revés. Por otro lado, se ha de indicar la existencia de propiedades que no es posible estudiar sin más al fluidificar modelos autónomos discretos (recuérdense las figs. 6.2a, c y d). En este caso, lo importante es identificar clases (*¿la clase?*) de modelos en los que la condición sobre el sistema continuo es suficiente o necesaria para el discreto correspondiente. Sobre este particular, formalizando el análisis con *marcados homotéticos* ($k \cdot m_\theta$, $k \in \mathbb{N}$) se pueden obtener conclusiones interesantes, labor en la que se enmarca en parte la tesis doctoral de Estíbaliz Fraca. En registro complementario, se debe reconocer la existencia de algunas propiedades que no son analizables en el modelo relajado (por ejemplo, del tipo ausencia de *monopolios* en modelos vivos y limitados).³⁴ Si el modelo discreto tiene asociada una interpretación temporal estocástica, las consideraciones anteriores tienen en parte vigencia. Valga como llamada de atención el subrayar que un modelo RdP de presa-depredador básico discreto y provisto con temporización markoviana es no limitado y no vivo, existiendo dos estados de absorción: el nulo y aquel en el que, en ausencia de depredadores, la población de las presas crece ilimitadamente. Sin embargo, el modelo fluido determinista puede ser limitado y vivo (fig. 6.6), propiedades que exhibe la solución de las ecuaciones diferenciales de Lotka-Volterra, cuya trayectoria en el plano de fases (o retrato de estado) es una clásica órbita [SiRe02], que se puede interpretar como representativa del esperable largo transitorio. Justamente, el estudio eficiente de los regímenes transitorios en los modelos temporizados es una de las ventajas importantes que depara la fluidificación.

La mejora de estos modelos continuizados se puede acometer mediante el corte de soluciones espurias o la *adición de ruido estocástico* al modelo fluidificado. Normalmente, el corte de soluciones espurias (en el sistema discreto) es tanto mayor, en términos relativos, cuanto menor es el marcado; es decir, son especialmente oportunos si el sistema discreto no está excesivamente poblado. En el segundo caso, se obtienen modelos basados en ecuaciones diferenciales estocásticas (tesis de Renato Vázquez Topete, 2011), haciéndose particularmente

³⁴ Piénsese en el clásico aunque un poco absurdo ejemplo de los filósofos-comensales, de donde la existencia de estos monopolios se suele conocer como *inanición*.



6.8. Mejoras en la aproximación fluida: eliminación del bloqueo espurio y la discontinuidad debida al determinismo de la fluidificación [SiJuMaVa11]. En régimen permanente, el sistema continuo (provista con diferente marcado inicial, la red es una reducción de la presentada en la fig. 6.5) exhibe una discontinuidad (en $\lambda_1 = 2$) cuando se hace variar λ_1 (líneas TCPN); además, a partir de ese valor, el sistema es no monótono (aumentando λ_1 disminuye el caudal de t_j). Si se corta el bloqueo espurio (0 1 10) —que se obtiene en el límite en la continua con la serie de disparos $5t_j-2, 5t_j-1, 25t_j, \dots$ —, la aproximación mejora, pero solo a partir de $\lambda_1 = 2$ (líneas TCPN+IP), aunque subsiste la discontinuidad. Intuitivamente es fácil aceptar que, siendo estocástico el proceso representado por la MPN (red markoviana discreta con distribuciones exponenciales), la adición de un ruido gaussiano truncado al disparo de las transiciones en la continua ayudará a mejorar la aproximación, en particular en las conjunciones (*rendez-vous*). Añadiendo ruido al disparo de las transiciones (línea SCPN+IP) se observa una segunda mejora al tiempo que desaparece la discontinuidad. (**Observación:** Salvo en el punto de discontinuidad, las cotas inferior y superior de prestación arrojan el mismo resultado, de donde se trata del valor de régimen permanente.)

patente este último perfeccionamiento si el sistema discreto evoluciona en el entorno de la frontera de dos o más regiones del sistema lineal a tramos subyacente [SiJuMaVa11] (fig. 6.8). En definitiva, esto último puede leerse como una especie de legitimización de la fluidificación. Si el marcado es realmente muy grande, el modelo fluido determinista es aproximación aceptable, constituyendo una suerte de *ley funcional de grandes números* o *límite fluido determinista*, lo que puede deducirse alternativamente de [Kurtz70], acercamiento en el que se obtiene el modelo de ecuaciones diferenciales deterministas como descripción del comportamiento para el límite de una determinada secuencia de procesos de Markov; en caso contrario, hay que tener en cuenta la variabilidad estocástica del

modelo discreto y reflejarla en el continuo. De este modo, al añadir ruido a los flujos de las transiciones se obtiene un modelo basado en ecuaciones diferenciales estocásticas, una suerte de *teorema central límite funcional* (cap. 18 en [SeSiSc12]), clase de resultados que pudiera verse como paralelo al a veces conocido como *teorema de Donsker*.

Con la relajación de las RdP llegamos a las redes continuas (o fluidas), técnicamente sistemas *híbridos*. Es decir, huyendo de la complejidad computacional de los SED, y confortados por emplear una bien conocida relajación matemática, nos encontramos de golpe en el *ruedo* de los sistemas híbridos. Como dije en otra ocasión, nuestra reacción inicial fue de cierto pánico, pero, trabajando en el ámbito de la automática, afirmé jocosamente que «la situación estaba parcialmente bajo control». Si, por el contrario, solo fluidificamos un subconjunto de transiciones, se obtiene una clase de *RdP híbridas*, cuestión que no podemos abordar aquí, con la idea de acotar razonablemente este texto, que debemos ir cerrando.

La consideración de modelos fluidificados supuso un estimulante doble cambio en nuestras preocupaciones diarias, pues además nos acercó a la teoría de control de *la otra orilla*, la de los sistemas continuos, y a la consideración de los regímenes transitorios en las evoluciones. Pero con carácter previo había que considerar el doble juego antes establecido en el nuevo ámbito: unificar en lo posible lo relativo al análisis y la síntesis de sistemas autónomos (no temporizados) y temporizados. De este modo, en la primera tesis dedicada monográficamente al tema, la de Jorge Júlvez (2005), trazamos un programa en anchura. Más que por proseguir la fundamentación de la fluidificación en sí, teníamos prisa por contemplar el panorama que se nos abría ante los ojos. Naturalmente, importamos y adaptamos al nuevo *campo de juego* saberes y aproximaciones de lo realizado en el mundo de los sistemas discretos, estudiando asuntos clásicos como la alcanzabilidad, la vivacidad y la reversibilidad en sistemas autónomos (*i. e.*, completamente no-deterministas). Con rapidez nos centramos en los sistemas temporizados. Así, entre otros temas, a nuestros afanes sobre la evaluación de prestaciones se incorporaron asuntos como la *observabilidad* (ligada a la capacidad para reconstruir el mercado midiendo con sensores los *niveles* de unos pocos lugares, los observados) y el diseño de observadores, o la *controlabilidad* (ligada a la capacidad para conducir adecuadamente el sistema a los estados objetivos) y el diseño de controladores.

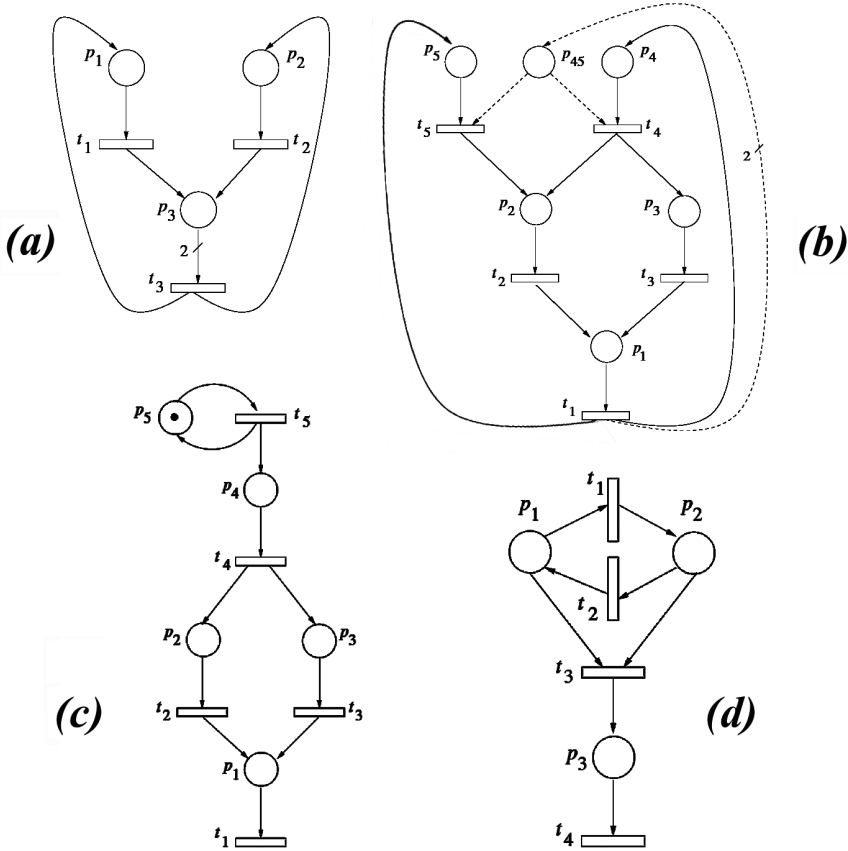
Con el trabajo doctoral de Cristian Mahulea (2007) caímos por completo en los brazos de los modelos temporizados, buscando con ahínco planteamientos estructurales. En el ámbito de las prestaciones trabajamos en la identificación de propiedades que garantizaran *monotonías* ante cambios en el mercado inicial o las tasas de disparo asociadas a las transiciones. Frente a la semántica de finitos servidores (*i. e.*, con tasas de evolución constantes), ello permitió demostrar la

superioridad de la de infinitos servidores en ciertas subclases de redes de interés pragmáticamente hablando, hecho constatado experimentalmente con su extensión práctica a la mayoría de los casos (aunque no a todos). Por ello, a partir de entonces nos centramos particularmente en este tipo de semántica. De esta manera, al profundizar en el estudio de la observación se hizo de nuevo un acercamiento estructural, basado en la visión de la RdP como grafo, en clara complementariedad con los criterios clásicos de tipo algebraico (fig. 6.9). Así, frente al concepto de observabilidad para una estructura y una temporización (*i. e.*, tasas de disparo) dadas, definimos la *observabilidad estructural*, válida para cualquier vector de tasas de disparos, y la *observabilidad genérica* (válida para *casi* todos los conjuntos de valores de las tasas de disparo).³⁵ Con ideas de recorrido *hacia atrás*, las elecciones (*choices*) y las distribuciones (*forks*) no plantean problemas observacionales; sin embargo, las conjunciones (sincronizaciones tipo *rendez-vous*) son barreras infranqueables a la observación, por lo que el estado (*i. e.*, el marcado) de sus lugares de entrada ha de ser estimado por otros caminos o medido directamente; en el caso de las atribuciones, a veces la observabilidad se pierde, debido a cancelaciones de polos y ceros.

Dual de la observabilidad es el concepto de *controlabilidad*. Se corresponde con la idea de llevar el sistema desde un marcado arbitrario alcanzable a cualquier otro dado en el espacio de estados, actuando en exclusividad sobre un subconjunto de transiciones, las *controlables*. Se comprobó que, si todas las transiciones son controlables, la consistencia de la RdP (*i. e.*, la existencia de un anulador derecho de la matriz de flujo de marcas que sea positivo) y la ausencia de cerrojos vacíos en el marcado inicial son propiedades necesarias y suficientes para la controlabilidad global del sistema. Es decir, se obtuvo una caracterización puramente estructural, felizmente computable en tiempo polinomial; si no, aunque hoy comprendido, el estudio se complica de forma importante, pero no procede aquí entrar en ello.

En el control, el planteamiento realizado ha estado predominantemente orientado a reformular el saber en diversas aproximaciones (control de baja y alta ganancia, control predictivo, etc.) en sistemas dinámicos continuos e híbridos. El mando se realiza a partir del comportamiento del modelo no controlado, limitándonos a *frenar* más o menos la velocidad de unas u otras transiciones [SiRe04]. Dicho de otro modo, usando solo frenos conducimos, ocasionalmente aceleramos. No obstante, en el marco del control *predictivo* se comprobó que los métodos *explícitos* clásicos (con leyes precalculadas fuera de línea) no son aplicables, dado el elevadísimo número de regiones que se forman, por ser normalmente

³⁵ Los obtenidos eliminando los comprendidos en una variedad de inferior dimensión (por ejemplo, estableciendo una relación algebraica entre los valores de dos o más tasas).



6.9. Observabilidad estructural, genérica y puntual en sistemas fluidos [SiJuMaVa11].

(a) Si se observa (*i. e.*, mide) el marcado de p_1 , se puede estimar $\mathbf{m}[p_3]$ y, dado que $\mathbf{m}[p_1]$ se conoce, determinar $\mathbf{m}[p_2]$. En este caso se dice que el sistema es observable para todo vector λ ; es decir, la red es *estructuralmente observable* desde p_2 . Observando $\mathbf{m}[p_3]$, si $\lambda_1 = \lambda_2$, no se pueden computar los marcados de p_1 y de p_2 , solo su suma, y el sistema no es observable desde p_3 . Si la anterior igualdad no se produce, el sistema es observable, por tanto *genéricamente observable* (*i. e.*, observable para todo λ , excluidos los valores en una variedad algebraica en el espacio de parámetros). Se ha de advertir que lo argumentado se basa en un recorrido *hacia atrás* (en retroceso) en el grafo de la red y no se considera un vector λ particular (es decir, no es un clásico algebraico).

(b) Observando p_2 , para todo vector λ se puede observar un inexistente p_{45} , de donde $\mathbf{m}[p_1]$, y, dado que $\mathbf{m}[p_2]$ es conocido, se determina $\mathbf{m}[p_3]$, de donde $\mathbf{m}[p_4]$ y, por ende, $\mathbf{m}[p_5]$. En suma, el sistema (¡propiedad no local!) es estructuralmente observable desde p_2 .

(c) Al no haber conjunción, el sistema diferencial es lineal, y si se mide $\mathbf{m}[p_1]$ y $\lambda_2 = \lambda_3$ no se pueden observar p_2 y p_3 , solo su suma, lo que se puede interpretar como una cancelación de ceros y polos en el sistema.

(d) Midiendo $\mathbf{m}[p_3]$ no se puede utilizar directamente el argumento de retroceso (*backtracking*) en el grafo, pues la conjunción (*rendez-vous*) supone la existencia de un operador de *mínimo*. Finalmente, se ha de considerar la propiedad de *distinguibilidad* entre los dos subsistemas lineales subyacentes (usando la *observabilidad puntual*, es decir, para un vector λ dado), lo que se puede determinar con problemas de programación y criterios algebraicos clásicos.

nuestros sistemas de dimensión elevada (*i. e.*, de muchos lugares). Difícil por naturaleza, al problema de control dinámico le dedicamos atención buscando la incorporación de principios *heurísticos*; por ejemplo, *restringiendo* la planificación de la evolución de un mercado a otro a trayectorias poligonales o generalizando estrategias ON/OFF (óptima para minimizar los tiempos de evolución en redes sin elecciones), tema este último considerado en la tesis doctoral de Liewei Wang (2013). Algunos de los desarrollos antes mencionados se presentan brevemente en [SiJuMaVa11], y en [SeSiSc13], resultado del proyecto europeo DISC (*Distributed Supervisory Control of Complex Plants*). La aplicación de la teoría de RdP continuas a ejemplos de sistemas de manufactura es objeto de [SiFrWa14].

La última vez que vi a Carl Adam Petri fue en la 26th International Conference on Applications and Theory of Petri Nets and Other Models of Concurrency (Miami, junio de 2005). Nos cupo el honor de la conferencia inaugural. Discutimos sobre *visiones fluidas* de modelos discretos. Una vez más, Petri me habló de la importancia de la dualidad de reactivos y reacciones, lo que en su juventud le había sugerido la idea de distinguir lugares y transiciones, elementos por tanto duales. En una distendida conversación afirmé que en las redes continuas el juego es «en moles, no en moléculas, y por tanto estaba autorizado a considerar sus fracciones». Afectuosamente, respondió que mi interés por las redes fluidas no le resultaba sorprendente debido a mi formación en ingeniería industrial, especialidad química, por la Universidad de Sevilla.

A MODO DE EPÍLOGO

Hemos de acabar este informal e incompleto recorrido. En lo expresado subyace la secular imbricación entre matemáticas e ingeniería, «la técnica por antonomasia» al decir de Ortega y Gasset. Sin remontarnos al nacimiento de la geometría, al parecer abstracción concebida inicialmente por los agrimensores, o la aritmética, esencial para la contabilidad, la interrelación entre técnica y matemáticas es indiscutible desde la Edad Moderna. Aún centrados en nuestro país antes de la Revolución Científica, se puede consignar que, por indicación de Felipe II, el arquitecto e ingeniero Juan de Herrera puso en marcha la madrileña Real Academia de Matemáticas (1582), entre cuyos perfiles profesionales se visaban los «ingenieros y machinistas entendidos en la arte de los pesos, fundamento para hazer y entender todo género de Máquinas, de que la vida política y Económica se sirve» [Herrera 1584, f. 2v].³⁶ Por otro lado, si según las *Ordenanzas para el Real Cuerpo de Ingenieros Militares* (1739) es misión de la ingeniería el «remediar con el arte los defectos de la naturaleza», es decir, contribuir a conformar ese paisaje *artificial* o *humanizado* en el que vivimos, resulta igualmente oportuno recordar que la principal institución hispana en la que se formaban estos profesionales en el Siglo de las Luces fue la barcelonesa Real y Militar Academia de Matemáticas. No obstante, conviene precisar que el término *matemáticas* en esos tiempos no evocaba exactamente lo mismo que hoy, del mismo modo que se puede decir que el adjetivo *científico* no se reconoce como sustantivo en el *DRAE* hasta su edición manual de 1950.

Theodore von Karman (1881-1963), primer National Medal of Science en el ámbito de la ingeniería (Estados Unidos, 1962), especialista en aerodinámica y autoridad indiscutida en el campo de la aeronáutica y la astronáutica, decía que «the scientist describes *what is*; the engineer creates *what never was*».³⁷ Poco des-

³⁶ La institución fue pensada para muy diversos *oficios matemáticos*, entre ellos aritméticos, geómetras, astrónomos, músicos, cosmógrafos, pilotos (marinos), arquitectos y fortificadores, ingenieros y maquinistas, artilleros y maestros de instrumentos, fontaneros y niveladores de las aguas, etc. Según José Simón (en la ed. facs. de 1995, p. 9), su «concepción era en lo científico tan grandiosa como el monasterio escorialense en lo arquitectónico». Lamentablemente, su desarrollo no alcanzó gran parte de los objetivos previstos.

³⁷ Hacia 1957, en Alan L. Mackay: *Dictionary of Scientific Quotations*, Bristol, Institute of Physics, 1994. Énfasis nuestro.

pués, desde la filosofía y a su manera, Juan David García Bacca (1901-1992) reincidirá en la última idea al afirmar que «el técnico es ontólogo practicante» [García-Bacca87: 104]. Concordante en esencia con lo anterior, Herbert Simon (1916-2001), premio Turing (1975) y premio Nobel de Economía (1978), intelectual de amplio espectro, afirmaba en su *Ciencias de lo artificial* que

Natural science is knowledge about natural objects and phenomena. [...] We speak of engineering as concerned with “synthesis”, while science is concerned with “analysis”. [...] The engineer, and more generally the designer, is concerned with how things ought to be – how they *ought* to be in order to *attain goals*, and to *function*. [Simon96: 4-5]

Sin añadir matices a lo anterior, cabe reseñar que con gran frecuencia la innovación técnica se hace en condiciones de insuficiente conocimiento, con significativos grados de incertidumbre sobre los comportamientos potenciales de lo que se construye. Dicho de otro modo, si los ingenieros erigen a diario nuevos y muy complejos sistemas (la *sobrenaturalidad* orteguiana), se ha de reconocer que esas nuevas construcciones no están siempre suficientemente comprendidas. Deber y necesidad intrínseca, a la ingeniería le ha correspondido históricamente, entre otras tareas, el contribuir decisivamente al establecimiento de las teorías y los métodos formales que faciliten el entendimiento y el mejor control de las nuevas realidades técnicas. En este ámbito, motivados inicialmente por multitud de sistemas artificiales (de producción manufacturera, de transporte rodado o aéreo, de gestión de información, etc.), la teoría de *sistemas de eventos discretos* ha ido tomando forma gracias a ingenieros de diferentes ramas y matemáticos, en especial. A pesar de su juventud, fruto del impresionante desarrollo durante la última semicenturia, hoy en día se dispone de un sustantivo cuerpo de saberes. Se atesora un relativo grado de madurez, aunque siempre lo valoremos como insuficiente. Mirar hacia atrás ayuda a visualizar lo avanzado, pero ¿quién apasionado por una disciplina que profesa no se aplica con frecuencia un *cuasi* socrático «solo sé que no sé *casí* nada»? Los continuos problemas descriptivos y computacionales que surgen *ex novo* —al construirse en permanencia sistemas de creciente complejidad, auténtica fuerza telúrica de arrastre— solicitan inagotablemente su extensión, incluso cuando problemas antiguos no han encontrado aún soluciones *satisfactorias*.

Siempre es un riesgo mayor profetizar sobre la evolución de una disciplina, pero creo no engañarles si auguro para los SED en los lustros por venir un sustancial incremento de nuevas aplicaciones, con deslizamientos conceptuales y técnicos progresivos hacia formalismos de *alto nivel* (con tipos de datos como en las redes coloreadas y conceptos de herencia como en las redes orientadas a objetos, etc.) y con una mayor manipulación algebraica de componentes, que se crearán y desaparecerán dinámicamente (es decir, la estructura no será forzosamente estáti-

ca). También habrá un desplazamiento relativo de intereses hacia multitud de clases de sistemas híbridos. Entre los muchos problemas en los que —son necesidades— han de venir mejoras sustantivas se encuentran: (1) la *identificación* de SED a partir de trazas de eventos, incluyendo la denominada *minería de procesos y datos (big data)*; (2) la comprensión y explotación de la dualidad entre la *observabilidad* y la *controlabilidad* de sistemas; (3) la consideración de conceptos relacionados con la *observabilidad* como son el *diagnóstico de fallos* y la *opacidad* (ligado a la capacidad de ocultar información, de generar anonimidad y secreto); (4) la *distribución del control* y su *optimización* temporal (maximización del caudal o *throughput*, minimización de la duración de evoluciones, etc.) o lógica (con la idea de máxima permisividad), comprendidos desarrollos en técnicas de análisis cualitativo y de sensibilidad; (5) la *comprobación* de modelos e implementaciones (*model checking and testing*) y su *tolerancia a fallos*; (6) la consideración de hipótesis estocásticas más realistas en la práctica; y (7) la mejora en el retorno desde relajaciones fluidas a los modelos de eventos discretos subyacentes.

No es necesario insistir en que un objeto técnico, el computador, ha abierto paisajes impensados en muy diferentes órdenes de la vida. Muy en particular en las matemáticas, a las que

ha dado nuevas alas [... No obstante] los teoremas siempre serán teoremas y una deducción lógica sigue siendo la llave de la correcta comprensión, pero la vía al descubrimiento nunca será ya la misma. [Vázquez04: 229-230]

Integrando teorías abstractas con actividades de modelado y de cálculo, el computador es recurso que no deja de incrementar explosivamente su potencia, tanto en la dimensión espacial como en la temporal, al tiempo que disminuyen con análogos ritmos sus costes unitarios. Permítaseme que, ante esta impresionante, obligada y palpitante realidad, manifieste un peligro potencial que se observa cada vez con mayor frecuencia: una cierta *pereza mental*. Consiste esta en *limitarse* a cierta formulación de los problemas para delegar después el todo a métodos computacionales enumerativos, de *fuerza bruta*, aunque se empleen en esto técnicas más o menos refinadas. Cada vez debería importar más el *comprender*, poniendo el acento en la complejidad de los sistemas bajo consideración, sabiendo que

la rationalité n'est plus synonyme de certitude, ni la probabilité d'ignorance. Complexité et imprévisibilité deviennent des caractéristiques intrinsèques des systèmes. [Ploman86: 12]

En lo aquí planteado se ha argumentado sobre la voluntad de establecer puentes entre diversas riberas, básicamente con conceptos y técnicas estructurales como antorcha. Ello significa que, a pesar del indiscutible interés de la *simulación* (cálculo de trayectorias) o de la *comprobación de modelos* (mediante técnicas de enumeración parcial y búsqueda), nuestros desvelos principales no han

ido según esas direcciones, sino en líneas complementarias. Se han considerado principalmente los objetos estructurales subyacentes y las implicaciones de sus interacciones sobre los comportamientos. Si con técnicas de simulación o de comprobación se pueden ofrecer respuestas acerca del comportamiento de *un* modelo dado y con *unas* condiciones iniciales dadas, la teoría estructural hace énfasis en el formalismo en sí, tomando las condiciones iniciales como parámetro (eventualmente con restricciones como las mencionadas en los casos de los S³PR y los DSSP), no como valor prefijado. En todo ello, el computador se muestra como herramienta decisiva. No obstante, a pesar de su explosivo crecimiento calculatorio (recuérdese la regla experimental conocida como *ley de Moore*, que representa solo una cota inferior del impresionante proceso de mejora vivido), resulta ineficaz ante indecidibilidades e ineficiente ante complejidades computacionales particularmente exigentes.

Complementarias, las estrategias de *descomposición-composición* y de *fluidificación* han definido parte del núcleo de nuestro hacer, panorama al que han de añadirse técnicas estructurales de *reducción* (por aplicación reiterada de reglas locales de *transformación* o búsqueda de *simetrías*, entre otras). Para propiedades lógicas se han obtenido, en general, resultados computacionalmente eficientes de *semidecisión* (*i. e.*, condiciones necesarias o suficientes, pero no ambas), siendo así que para ciertas subclases de sistemas se tornan en auténticas caracterizaciones (condiciones necesarias y suficientes). Análogamente, en el ámbito de las propiedades cuantitativas de sistemas temporizados, se han derivado algoritmos eficientes de cálculo de *cotas* o de *aproximaciones*, a la vez que a través de descomposiciones se ha mejorado la eficiencia computacional (en particular, la ocupación de memoria) de cálculos markovianos *exactos*. Lamentablemente, la determinación eficiente de valores exactos es hoy en día factible solo para subclases bastante restrictivas de modelos. En la *optimización* estática y dinámica se han dado pasos, pero justo es reconocer que en este dominio abundan los *molinos de viento*, muchos ubicados en lugares particularmente escarpados, de difícil acceso.

El empleo de la teoría estructural de RdP también ha permitido mejorar las técnicas de *simulación*, que, aun compartiendo diversos rasgos comunes, podemos enmarcar en tres grupos diferenciados: (1) las especializadas en recorrer caminos en el espacio de estados con el objeto de *comprobar* propiedades cualitativas o *evaluar* propiedades cuantitativas; (2) las dedicadas a *visualizar* la evolución del modelo, aprovechando la valiosa representación gráfica de las redes de Petri; y (3) las pensadas para *realizar* físicamente los modelos (*i. e.*, las implementaciones), incorporando, eventualmente, mecanismos eficientes de tolerancia a fallos. Gracias a la *localidad* de estados y evoluciones en los modelos descritos con redes (localidad de lugares y de transiciones), por macroexpansión se pueden definir lenguajes *de aplicación* (como el caso mencionado de Graman,

un ejemplo pionero de ingeniería basada en modelos adaptados a un dominio particular, lo que facilita la reutilización, el análisis y la documentación, entre otras cosas). Con Graman, la descripción en términos de redes es transparente al usuario, quedando como lenguaje *para la máquina*. Se trasluce en lo anteriormente comentado nuestro interés por considerar en su conjunto partes esenciales del *ciclo de vida* de sistemas complejos, desde su gestación hasta su uso.

Lo anunciábamos al principio: no hemos pretendido realizar un resumen crítico de los trabajos llevados a cabo en el amplio paradigma de las redes de Petri. Como *teoría de sistemas*, es conceptual y metodológicamente multidisciplinar, con amplísima variedad de campos de aplicación. Mezcla de desarrollos teóricos, metodológicos, instrumentales y aplicativos, nuestros esfuerzos han ido en líneas donde confluyen y se complementan la automática, la investigación de operaciones y la informática.³⁸ Entre otros dominios de aplicación, en esa sugerente línea, evocada por el título de un hoy inevitablemente ingenuo «Putting Petri nets to work», publicado hace más de tres décadas [Agerwala79], desde el GISED hemos dedicado atención preferente a los automatismos lógicos, al análisis y el control de sistemas de producción, a sistemas digitales complejos y a la programación de sistemas informáticos concurrentes o distribuidos. Desde la sustantiva heterogeneidad de campos de aplicación mencionados, en la literatura se encuentran contribuciones complementarias en dominios tan diferentes como puedan ser la estructuración legal, la generación musical, los protocolos de comunicación, la epidemiología y la bioingeniería.

Ha sido nuestra intención exponer el espíritu que ha pretendido caracterizar nuestro hacer. Se ha empleado un cierto hilo conductor, solo en parte temporal, pues el paralelismo de las acciones ha tenido que ser secuencializado. En cualquier caso, coincidimos con George Pólya en que

las matemáticas presentadas con rigor son una ciencia sistemática, deductiva, pero las matemáticas en gestación son una ciencia experimental, inductiva. [Pólya87: 116]

³⁸ Prueba de disparidad de perfiles disciplinares, simplificando su caracterización, entre los equipos con los que hemos interactuado, a veces muy intensamente durante lustros, se encuentran los siguientes: *informática teórica y programación* (París, Claude Girault; Hamburgo, Rüdiger Valk), *teoría de circuitos y lógica* (Chicago, Tadao Murata), *automatización industrial* (Toulouse, Michel Blanchard y Robert Valette; Lille, Jean-Claude Gentina), *sistemas informáticos e investigación de operaciones* (Turín, Gianfranco Balbo; Berlín, Armin Zimmerman), *teoría de control y automatización* (Troy – Nueva York, Frank DiCesare y Alan Desrochers; Cagliari, Alessandro Giua y Carla Seatzu; Guadalajara – México, Antonio Ramírez Treviño; Reims, Janan Zaytoon; Gante, René Boel), *teoría de circuitos e investigación de operaciones* (Hiroshima, Kenji Onaga y Toshimasa Watanabe; Ryukyus – Okinawa, Morikazu Nakamura), *álgebras de proceso y RdP* (Erlangen, Ulrich Herzog; Edimburgo, Jane Hillston), etc.

Deliberadamente, la visión aquí ofrecida de los desarrollos realizados no ha sido deductiva. Ha pretendido constituir un incompleto relato del trayecto de gestación recorrido, del machadiano camino hecho al andar, sin destacar los frentes rocosos a los que en ocasiones nos enfrentábamos, o pensábamos que nos enfrentábamos, quizás porque hoy —siempre *a posteriori*— se pueden percibir como placenteras laderas de moderada pendiente. En suma, se ha ambicionado desplegar una cierta narración evolucionista y parsimoniosa³⁹ donde se lleguen a observar hilos de continuidad que prevalecen. Modesto luchador por la integración de saberes en el ámbito de los sistemas de eventos discretos, la varias veces evocada actividad constructora de puentes quizás se deba, simplemente, a la tradición pontonera de esta bimilenaria ciudad, en mi caso desde el regimiento universitario cesaraugustano.

He dicho.

³⁹ Con análogo registro, para una interesante visión del desarrollo técnico en amplia perspectiva, tiene interés [Basalla91].

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Agerwala75] T. Agerwala: *Towards a Theory for the Analysis and Synthesis of Systems Exhibiting Concurrency*, tesis doctoral, Johns Hopkins University, 1975.
- [Agerwala79] T. Agerwala: Putting Petri nets to work, *Computer*, 12 (12): 85-94, 1979.
- [Aracil84] J. Aracil: Qualitative analysis and bifurcations in system dynamics models, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 14 (4): 688-696, 1984.
- [BaBeDa97] E. Badouel, L. Bernardinello, Ph. Darondeau: The synthesis problem for elementary net systems is NP-complete, *Theoretical Computer Science* (186): 107-134, 1997.
- [BaDo98] E. Badouel, Ph. Darondeau: Theory of regions, *Lectures on Petri Nets I: Basic Models*, Springer-Verlag, LNCS, 1491: 529-586, 1998.
- [Basalla91] G. Basalla: *La evolución de la tecnología*, Barcelona, Crítica, 1991.
- [Boel02] R. Boel: Unity in diversity, diversity in unity: retrospective and prospective views on control of discrete event systems, *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, 12: 253-264, 2002.
- [BoHiLaMa13] L. Bortolussi, J. Hillston, D. Latella, M. Massink: Continuous approximation of collective system behaviour: A tutorial, *Performance Evaluation*, 70 (5): 317-349, 2013.
- [BoLiVe04] L. L. Bonilla, A. Liñán y J. M. Vega: La Matemática Aplicada entre lo divino y lo humano, *Boletín SEMA*, 29: 7-11, septiembre 2004.
- [Brauer80] W. Brauer (ed.): *Net Theory and Applications*, Berlín, Springer-Verlag, LNCS, 84, 1980.
- [CaMe06] J. Campos, J. Merseguer: On the integration of UML and Petri nets in software development, *International Conference on Application and Theory of Petri Nets and Other Models of Concurrency (ICATPN'06)*, Springer-Verlag, LNCS, 4024: 19-36, 2006.
- [CaSi92] J. Campos, M. Silva: Structural techniques and performance bounds of stochastic Petri net models, *Design Methods Based on Nets (DEMON): Advances in Petri Nets'92* (G. Rozenberg, ed.), Berlín, Springer-Verlag, LNCS, 609: 352-391, 1992.
- [Colom03] J. M. Colom: The resource allocation problem in flexible manufacturing systems, *Applications and Theory of Petri Nets'03*, Berlín, Springer-Verlag, LNCS, 2679: 23-35, 2003.

- [Coyle00] G. Coyle: Qualitative and quantitative modelling in system dynamics: some research questions, *System Dynamics Review*, 16 (3): 225-244, 2000.
- [DaAl10] R. David, H. Alla: *Discrete, continuous and hybrid Petri nets*, Berlín, Springer-Verlag, 2010 (2.^a ed., rev.).
- [DaAl87] R. David, H. Alla: Continuous Petri nets, *8th European Workshop on Applications and Theory of Petri nets*, Zaragoza, pp. 275-294, Junio, 1987.
- [DaBl76] E. Daclin, M. Blanchard: *Synthèse des Systèmes Logiques*, París, Cépaduès, 1976.
- [DiHaPrSiVe93] F. DiCesare, G. Harhalakis, J. M. Proth, M. Silva, F. Vernadat: *Practice of Petri Nets in Manufacturing*, Londres, Chapman and Hall, 1993.
- [DuFiSc98] C. Dufourd, A. Finkel, P. Schoebelen: Reset nets between decidability and undecidability, *Proceedings of ICALP 98*, Berlín, Springer-Verlag, LNCS, 1443: 103-115, 1998.
- [EhLaTrVa14] R. Ehlers, S. Lafortune, S. Tripakis, M. Vardi: Bridging the gap between supervisory control and reactive synthesis: case of full observation and centralized control, *12th Workshop on Discrete Event Systems, WODES'14*, preprints IFAC, París, pp. 222-227, May 2014.
- [EsSi91] J. Esparza, M. Silva: On the analysis and synthesis of free choice systems, *Advances in Petri Nets'90* (G. Rozenberg, ed.), Berlín, Springer-Verlag, LNCS, 483: 243-286, 1991.
- [FaRiPrVa03] J. Fanchon, N. Rivière, B. Pradin-Chézalviel, R. Valette: Preuves de logique linéaire et processus de réseaux de Petri, *Modélisation des Systèmes Réactifs, MSR'03*, Metz, pp. 261-276, 2003.
- [Fleming88] W. H. Fleming (ed.): *Future Directions in Control Theory: A Mathematical Perspective (Report of the panel on [...])*, Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1988.
- [Forrester61] J. W. Forrester: *Industrial Dynamics*, Cambridge (MA), MIT, 1961.
- [Galpin10] V. Galpin: Continuous approximation of PEPA models and Petri nets, *International Journal of Computer Aided Engineering and Technology*, 2 (4): 324-339, 2010.
- [García-Bacca87] J. D. García Bacca: *Elogio de la técnica*, Barcelona, Anthropos, 1987. (1.^a ed. Caracas, Monte Ávila, 1968).
- [Girad95] J. Y. Girard: Linear logic: its syntax and semantics, *Advances in Linear Logic*, Cambridge University Press, London Mathematical Society Lecture Notes Series, 222: 1-42, 1995.
- [Hack75] M. H. T. Hack: *Decidability Questions for Petri Nets*, tesis doctoral, Cambridge (MA), MIT, 1975. (También en *Technical Report*, 161, Laboratory for Computer Science-formerly Project MAC, junio de 1976).
- [Herrera1584] J. de Herrera: *Institución de la Academia Real Matemática*, Madrid, Impr. Guillermo Droy, 1584. (Ed. facs., con estudios preliminares de José Simón Díaz y Luis Cervera Vera, Madrid, Instituto de Estudios Madrileños, 1995).

- [Ho89] Y. C. Ho (ed.): *Special issue on Dynamics of Discrete Event Systems, Proceedings of the IEEE*, 77 (1), 1989.
- [HoCo70] A. W. Holt, F. Commoner: Events and conditions, *Record of the Project MAC Conference on Concurrent Systems and Parallel Computation*, Cambridge, Mass, pp. 3-52, 1970.
- [Jensen92] K. Jensen: *Coloured Petri Nets: Basic Concepts, Analysis Methods, and Practical Use* (vol. I), EATCS Monographs on Theoretical Computer Science, Springer, 1992.
- [JeRo91] K. Jensen, G. Rozenberg (eds.): *High-Level Petri Nets: Theory and Applications*, Berlín, Springer-Verlag, 1991.
- [KaMi69] R. M. Karp, R. E. Miller: Parallel program schemata, *Journal on Computer Systems Science*, 3: 147-195, 1969.
- [Kuhn62] T. S. Kuhn: *The Structure of Scientific Revolutions*, University of Chicago Press, 1962.
- [Kurtz70] T. Kurtz: Solutions of ordinary differential equations as limits of pure jump Markov processes, *Journal of Applied Probability*, 7 (1): 49-58, 1970.
- [Meyer12] A.-L. Meyer: Discontinuity induced bifurcations in timed continuous Petri nets, *International Workshop on Discrete Event Systems (WODES'12)*, Guadalajara (Mx), *IFAC-PapersOnLine*, pp. 28-33, 2012.
- [Milner80] R. Milner: A calculus of communicating systems, Berlín, Springer-Verlag, *LNCS*, 92, 1980.
- [Milner93] R. Milner: Elements of interaction, *Communications of the ACM*, 36 (1): 78-89, 1993.
- [MoArAl88] E. Mosekilde, J. Aracil, P. Allen: Instabilities and chaos in nonlinear dynamic systems, *Systems Dynamics Review*, 4: 14-55, 1988.
- [MoSiSi80] M. Moalla, J. Sifakis, M. Silva: À la recherche d'une méthodologie de conception sûre des automatismes logiques basée sur l'utilisation des réseaux de Petri, *Monographie AFCET: Sûreté de Fonctionnement des Systèmes Informatiques*, Suresnes, Hommes et Techniques, pp. 133-167, 1980.
- [Newell71] G. F. Newell: *Applications of Queueing Theory*, Londres, Chapman and Hall, 1971 (2.^a ed., 1982).
- [Ortega32] J. Ortega y Gasset: *Meditación de la técnica y otros ensayos sobre ciencia y filosofía*, Madrid, Revista de Occidente, 1939.
- [Peterson77] J. L. Peterson: Petri nets, *ACM Computing Surveys*, 9 (3): 223-252, 1977.
- [Petri62] C. A. Petri: Kommunikation mit automaten, tesis doctoral, Technische Hochschule Darmstadt, 1962. (Trad., ing., *Communication with automata*, Nueva York, Rome Air Development Center, Research and Technology Division, TR-65-377, 1966).
- [Ploman86] E. W. Ploman/Université des Nations Unies: *Science et pratique de la complexité*, París, La Documentation Française, 1986.
- [Pólya89] G. Pólya: *Cómo plantear y resolver problemas*, México DF, Trillas, 1989 (2.^a ed., 1957).

- [Putnam94] H. Putnam: *Las mil caras del realismo*, Barcelona, Paidós Ibérica, 1994.
- [RaWo89] P. J. Ramage, W. M. Wonham: The control of discrete event systems, *IEEE Proceedings*, 77 (1): 81-98, 1989.
- [ReEzTeSi04] L. Recalde, M. Silva, J. Ezpeleta, E. Teruel: Petri nets and manufacturing systems: An examples-driven tour, *Lectures on Concurrency and Petri Nets: Advances in Petri Nets*, Berlín, Springer-Verlag (J. Desel, W. Reisig, G. Rozenberg, eds.), LNCS, 3098: 742-788, 2004.
- [ReTeSi98] L. Recalde, E. Teruel, M. Silva: On linear algebraic techniques for liveness analysis of P/T systems, *Journal of Circuits, Systems, and Computers*, 8 (1): 223-265, 1998.
- [SeSiSc13] C. Seatzu, M. Silva, J. Van Schuppen (eds.): *Control of Discrete-Event Systems: Automata and Petri-Net Perspectives*, Londres, Springer-Verlag, *Lecture Notes in Control and Information Sciences (LNCIS)*, 433, 2013.
- [SiCa95] M. Silva, J. Campos: Structural performance analysis of stochastic Petri nets, *IEEE International Computer Performance and Dependability Symposium, IPDS'95*, Erlangen, IEEE Computer Society Press, pp. 61-70, 1995.
- [SiCa98] M. Silva, J. Campos: Performance evaluation of DEDS with conflicts and synchronizations: Net-driven decomposition techniques, *4th IEE International Workshop on Discrete Event Systems, WODES'98*, Cagliari, pp. 398-413, 1998.
- [SiCo93] M. Silva, J. M. Colom: Petri nets applied to the modelling and analysis of computer architecture problems, *Microprocessing and Microprogramming*, 38 (1-5): 1-11, 1993. (*XIX Euromicro Conference*, Barcelona, 1993).
- [SiCoCa92] M. Silva, J. M. Colom, J. Campos: Linear algebra techniques for the analysis of net systems, *Recent Advances in Mathematical Theory of Networks and Signal Processing* (H. Kimura, S. Kodama, eds.), Tokio, Mita, pp. 35-42, 1992.
- [SiFrWa14] M. Silva, E. Fraca, L. Wang: Performance evaluation and control of manufacturing systems: A continuous Petri nets view, cap. 14 de C. Seatzu, J. Campos, X. Xie (eds.): *Formal Methods in Manufacturing*, Boca Ratón, CRC Press/Taylor & Francis, pp. 409-452, 2014.
- [SiJuMaVa11] M. Silva, J. Júlvez, C. Mahulea, C. R. Vázquez: On fluidization of discrete event models: observation and control of continuous Petri nets, *Journal on Discrete Event Dynamic Systems*, 21 (4): 427-497, 2011.
- [Silva81] M. Silva: A survey of Petri-net related teaching and research in Spain, *Special Interest Group: Petri Nets and Related System Models, Gesellschaft für Informatik, Newsletter*, 8 de junio de 1981.
- [Silva85] M. Silva: *Las redes de Petri en la Automática y en la Informática*, Madrid, AC, 1985. (2.^a ed., Madrid, Thomson/AC, 2002).
- [Silva87] M. Silva: Towards a synchrony theory for P/T nets, *Concurrency and Nets* (K. Voss, H. Genrich, G. Rozenberg, eds.), Berlín/Nueva York, Springer, pp. 435-460, 1987.
- [Silva93] M. Silva: Interleaving functional and performance structural analysis of net models, *Applications and Theory of Petri Nets'93*, Berlín, Springer-Verlag,

- LNCS, 691: 17-23, 1993. (*XIII Int. Conf. on Application and Theory of Petri Nets*, Chicago, Junio, 1993).
- [Silva04] M. Silva Suárez: *Sobre la génesis de las enseñanzas de Ingeniería Informática en la Universidad de Zaragoza*, X aniversario de los estudios de Ingeniería Informática del Centro Politécnico Superior (Discurso leído el 24 de octubre de 2003), Zaragoza, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Zaragoza, 2004.
- [Silva06] M. Silva Suárez: *Ingeniería y universidad: sobre dos rememoraciones y un ámbito de investigación pluridisciplinar*, lección inaugural del curso 2006-2007, Universidad de Zaragoza, 2006.
- [Silva13] M. Silva: Half a century after Carl Adam Petri's PhD thesis: a perspective on the field, *Annual Reviews in Control*, 37 (2): 191-219, 2013.
- [Simon96] H. Simon: *The Sciences of the Artificial*, Boston, MIT, 1996, 3.^a ed. (Ed. original, 1969).
- [SiRe02] M. Silva, L. Recalde: Petri nets and integrality relaxations: a view of continuous Petri net models, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 32 (4): 314-327, 2002.
- [SiRe04] M. Silva, L. Recalde: On fluidification of Petri nets: from discrete to hybrid and continuous models, *Annual Reviews in Control*, 28: 253-266, 2004.
- [SiTe96] M. Silva, E. Teruel: A system theory perspective of discrete event dynamic systems: The Petri net paradigm, *IMACS/IEEE SMC, Computational Engineering in Systems Applications, CESA'96 (Symposium on Discrete Event and Manufacturing Systems)*, Lille, pp. 1-30, Julio, 1996.
- [SiTe97] M. Silva, E. Teruel: Petri nets for the design and operation of manufacturing systems, *European Journal of Control*, 3 (3): 182-199, 1997.
- [SiTeCo98] M. Silva, E. Teruel, J. M. Colom: Linear algebraic and linear programming techniques for the analysis of P/T net systems, *Lectures on Petri Nets I: Basic Models* (G. Rozenberg, W. Reisig, eds.), Berlín, Springer-Verlag, LNCS, 1491: 309-373, 1998.
- [SiVa90] M. Silva, R. Valette: Petri nets and flexible manufacturing, *Advances in Petri Nets'89* (G. Rozenberg, ed.), Berlín, Springer-Verlag, LNCS, 424: 375-417, 1990.
- [SuWi97] H. J. Sussmann, J. C. Willems: 300 years of optimal control: From the brachystochrone to the maximum principle, *IEEE Control Systems Magazine*, 17 (3): 32-44, 1997.
- [Vázquez04] J. L. Vázquez: Matemáticas, ciencia y tecnología: una relación profunda y duradera, *De la aritmética al análisis: historia y desarrollos recientes en matemáticas* (R. Rodríguez del Río y E. Zuazua, coord.), Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, pp. 183-244, 2004.
- [Wolstenholme99] E. Wolstenholme: Qualitative vs. quantitative modelling: the evolving balance, *Journal of the Operational Research Society*, 50: 422-428, 1999.
- [Zeigler76] B. P. Zeigler: *Theory of Modeling and Simulation*, Nueva York, Wiley Interscience, 1976.

DISCURSO DE CONTESTACIÓN

POR EL

Ilmo. Sr. D. ALBERTO ELDUQUE PALOMO

Señor Presidente,
Señoras y Señores Académicos,
Señoras y Señores,

Recibimos hoy en la Sección de Ciencias Matemáticas de la Academia al profesor Don Manuel Silva Suárez, y tengo el honor y el privilegio de contestar a su discurso.

En el discurso de contestación al de la entrada de Manuel Silva en la Real Academia de Ingeniería, el académico Javier Aracil Santonja decía:

Recuerdo, como si lo estuviera viviendo, la primera entrevista que tuve con él. Se presentó en mi despacho un apasionado estudiante, con las pelambreras propias de la época, con la insólita pretensión de organizar en la Escuela¹, una especie de feria industrial, centrada en torno a la automatización, con stands en aulas y pasillos. La excusa, si no recuerdo mal, era recaudar fondos para el viaje fin de carrera, o algo así...

Debo reconocer que yo nunca conocí sus 'pelambreras'. Mis primeros contactos con Manuel Silva datan de la época en la que, recién defendida mi tesis doctoral en la Facultad de Ciencias, y ante la ausencia de un hueco en ella, ocupé una plaza de profesor ayudante en el entonces Departamento de Matemáticas I de la, también entonces, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Zaragoza. Corría el año 1985. No pasó mucho tiempo desde mi incorporación a la Escuela antes de que Manuel Silva, Javier Martínez, José Manuel Colom, Santiago Velilla o Luis Montano (permítanme que cite sólo a los más 'viejos' del lugar) me hablaran de cinco filósofos chinos sentados alrededor de una mesa, comiendo y discutiendo, teniendo que compartir palillos..., y cómo esa situación se podía modelar usando..., creo que después de oír el discurso de entrada de Manuel Silva ya lo habrán adivinado. En efecto, usando Redes de Petri.

Con motivo de las clases que impartí sobre Optimización Lineal, dentro de los cursos de doctorado de la Escuela, tuve oportunidad de charlar sobre las posi-

¹ Entonces Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Sevilla.

bles aplicaciones de la Programación Lineal a las Redes de Petri con José Manuel Colom, que hacía su tesis doctoral con Manuel Silva, y que era el alumno más aventajado de mi clase. En esa época aprendí la belleza de estas redes, y ya se sabe que los matemáticos (y no sólo los matemáticos) nos dejamos seducir por la belleza. Como decía Paul Dirac: «It is more important to have beauty in one's equations than to have them fit experiment.»²

También comprobé, sorprendido, cómo el grupo dirigido por Manuel Silva abría las puertas a la colaboración con gran generosidad. Aunque a los pocos años volví a la Facultad de Ciencias (pasando por Estados Unidos, que cogía de camino), y volví a mis álgebras, a las que nunca había abandonado, guardo un muy grato recuerdo de ese periodo. Comprenderán, por tanto, la satisfacción que me supone hacer este discurso de contestación.

El currículo de Manuel Silva es difícil de resumir. Nacido en Sevilla en 1951, es Ingeniero Industrial por la Universidad de Sevilla (1974), Ingénieur Automaticien por el Institut National Polytechnique de Grenoble (1975), Docteur Ingénieur Automaticien por el Institut National Polytechnique de Grenoble (1978), siendo el profesor René David su director, y Doctor Ingeniero Industrial por la Universidad de Sevilla (1979). Tras su doctorado se incorpora a la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad de Zaragoza, que había sido creada cuatro años antes, donde es Profesor Agregado de Ingeniería de Sistemas y Automática desde 1981 y Catedrático, por acceso, desde 1983. Es director del Grupo de Ingeniería de Sistemas de Eventos Discretos (GISED), perteneciente al Instituto de Investigación de Ingeniería de Aragón (I3A). Ha dirigido 18 tesis doctorales, varias de ellas a Licenciados en Matemáticas, creando un equipo muy reconocido internacionalmente.

Desde sus primeros años en Zaragoza, Manuel juega un papel crucial en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, siendo subdirector (1981-86) y director (1987-89) de la misma, e impulsa su transformación en Centro Politécnico Superior, siendo su primer Director (1989-93), periodo en el que se incorporaron los estudios de Ingeniería de Telecomunicación (1989) y de Informática (1992), así como se preparó la incorporación de los estudios de Ingeniería Química (1994). Durante esta etapa se crearon los postgrados de Informática (1988), Ingeniería de Procesos Agroalimentarios (1988), Ingeniería Medioambiental (1988), Bioingeniería (1990) y Organización Industrial (1990).

Pero su gestión no acaba allí, pues ha sido presidente del Consejo Asesor de Investigación (CONAI) de la Diputación General de Aragón (1993-95), también ha sido presidente de la Comisión de Investigación e Innovación Tecnológica de

² Paul Dirac, The evolution of the Physicist's Picture of Nature, *Scientific American*, 208 (5), 1963.

la Comunidad de Trabajo de los Pirineos (1994-96), colaborador del Instituto Aragonés de Fomento en actuaciones de creación de empresas e innovación como el CEEI (Centro Europeo de Empresas e Innovación) de Aragón, o IDEA (Iniciativas De Empresas en Aragón), y presidente de la Comisión del Programa Europa de Estancias de Investigación, CAI-DGA.

Es autor o coautor de unos tres centenares de publicaciones, incluyendo artículos de investigación, monografías científicas y libros de texto avanzados. Conferenciante invitado en decenas de encuentros internacionales y centros de investigación, ha participado en la organización de unos dos centenares de congresos, internacionales en su gran mayoría, y ha colaborado o pertenece a los comités editoriales de diversas revistas internacionales.

Además ha escrito, coordinado o editado libros sobre aspectos sociales e históricos de la ingeniería y la investigación en general, e incluso, completando su faceta humanística, sobre arte y artesanía. En esta dimensión humanista, considerando no sólo análisis científicos y técnicos, sino también aspectos lingüísticos, filosóficos, estéticos, económicos y sociológicos, destaca la edición de la colección *Técnica e Ingeniería en España*, de la que ya han visto la luz siete volúmenes (nueve tomos), y está siendo editada por la Real Academia de Ingeniería, la Institución «Fernando el Católico» y las Prensas Universitarias de Zaragoza.

Entre los honores recibidos, destacaré aquí la Medalla por la ciudad de Lille (1996), es Académico Numerario de la Real Academia de Ingeniería de España (2000), recibió el Premio de la Asociación de Ingenieros de Telecomunicación y el Centro Politécnico Superior (2001), y es Doctor Honoris Causa por la Universidad de Reims, Champagne-Ardenne (2005).

El campo preferente de investigación de Manuel Silva son los Sistemas (dinámicos) de Eventos Discretos (SED), sobre el que ha versado su discurso, en el marco del paradigma de las Redes de Petri mencionadas anteriormente.

Desde el punto de vista matemático, una Red de Petri es un grafo dirigido ponderado y bipartido, con sus dos tipos de nodos indicando los estados y las transiciones, equipado además con un marcado en los estados y unas reglas de transición que nos dan la dinámica de dichos sistemas. Doctor Honoris Causa por nuestra Universidad (1999), Carl Adams Petri introdujo sus fundamentos en 1962 y, desde entonces, esta clase de formalismos se ha convertido en una poderosa herramienta en el estudio de los SED.

Las redes de Petri ofrecen una notación gráfica para procesos discretos que permiten describir y analizar sistemas distribuidos, paralelos o concurrentes. Tienen el atractivo, frente a otras posibilidades, de poder «dibujar» situaciones complicadas y tener así una visión global e intuitiva. Matemática e Ingeniería se mezclan y complementan en la investigación de estos objetos.

Decía Galileo Galilei que:

El universo no se puede leer hasta que no se aprende el lenguaje y se adquiere familiaridad con los caracteres en los que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático y las letras son triángulos...³

Pero la Matemática busca soluciones exactas o, en su defecto, busca acotar el error que se pueda cometer en soluciones aproximadas. El ingeniero, sin embargo, está obligado a resolver los problemas, aunque la solución no sea óptima, y debe buscar equilibrios (como en la vida misma). Así, Manuel Silva nos plantea en su discurso la búsqueda de equilibrios entre visiones discretas y fluidas de los sistemas, entre competencia y cooperación, entre concurrencia y paralelismo, entre fidelidad y complejidad (¿qué modelo es mejor, el que refleja más “fielmente” la realidad pero es computacionalmente intratable, o el que refleja la realidad de manera ligeramente más laxa, pero nos permite calcular y predecir, aunque sea de forma aproximada?), o entre utilidad y verdad (o exactitud), que refleja la tensión del ingeniero que aplica matemáticas, pero que está atado a la realidad y a la precisión e información de la que dispone.

En su discurso, Manuel Silva nos ha introducido sabiamente en el mundo de los Sistemas de Eventos Discretos, las Redes de Petri y cómo éstas modelan dichos sistemas. Una vez diseñado el modelo, sus objetos embebidos y propiedades estructurales ayudan a comprender, verificar y simplificar, en particular a detectar errores y dimensionar. El grupo de Manuel Silva ha desarrollado potentes herramientas de análisis y síntesis estructural de diversas variantes de estos formalismos, así como métodos de optimización y de programación, eventualmente tolerantes a determinadas clases de fallos.

Una faceta muy importante del discurso que acabamos de escuchar es la relativa a la variedad de técnicas matemáticas empleadas en el estudio de las Redes de Petri. Por supuesto la Teoría de Grafos, pero también se usan intensivamente la Programación Lineal y Entera, la Geometría Convexa, la Lógica Matemática, la teoría de Complejidad Computacional o los Procesos Estocásticos. En su análisis estructural son claves los invariantes encontrados y la filosofía que subyace aquí es la misma que propuso en 1872 Felix Klein: «la Geometría es el estudio de invariantes bajo la acción de un grupo». Esta filosofía ha trascendido la Geometría, y aunque el grupo no está explícitamente descrito, los invariantes de las Redes de Petri son invariantes bajo la acción de un grupo.

Alain Connes (quien obtuvo la Medalla Fields en 1982) decía:

Mathematics is the backbone of modern science and a remarkably efficient source of new concepts and tools to understand the “reality” in which we participate. It plays a basic role in the great new theories of physics of the XXth century such as general relativity, and quantum mechanics. The nature

³ Galileo Galilei, *Opere II Saggiatore*.

and inner workings of this mental activity are often misunderstood or simply ignored even among scientists of other disciplines. They usually only make use of rudimentary mathematical tools that were already known in the XIXth century and miss completely the strength and depth of the constant evolution of our mathematical concepts and tools.

It might be tempting at first to view mathematics as the union of separate parts such as Geometry, Algebra, Analysis, Number theory etc... where the first is dominated by the understanding of the concept of “space”, the second by the art of manipulating “symbols”, the next by the access to “infinity” and the “continuum” etc... This however does not do justice to one of the most essential features of the mathematical world, namely that it is virtually impossible to isolate any of the above parts from the others without depriving them from their essence. In that way the corpus of mathematics does resemble a biological entity which can only survive as a whole and would perish if separated into disjoint pieces.⁴

El trabajo de Manuel Silva y su equipo en absoluto ha ignorado la fuerza, profundidad y evolución de las Matemáticas y es un reflejo de su unidad. Los resultados más interesantes en nuestra Ciencia se producen al cruzar fronteras entre sus distintas ramas, y también entre éstas y la Física, la Biología, o la Ingeniería. Hoy la Academia de Ciencias de Zaragoza se enriquece con la entrada de alguien que ha sabido cruzar estas fronteras. Bienvenido, Manuel, a esta Academia.

Muchas gracias.

⁴ Alain Connes: *A view of Mathematics*, <http://www.alainconnes.org/docs/maths.pdf>.

